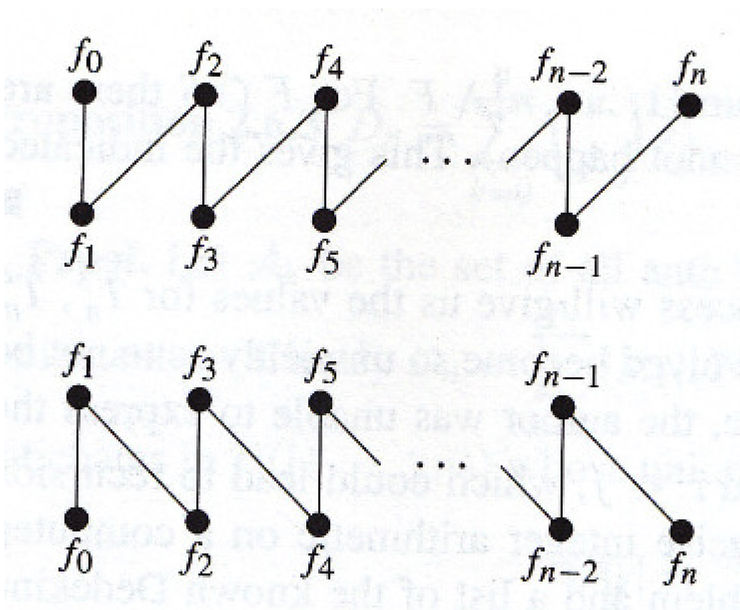
Prof. Dr. Alfred Toth

Eine Gruppierung der Permutationen triadischer Zeichenrelationen durch Zäune

1. Auch wenn das Konzept natürlich bekannt ist, werden Zäune (fences) erst in der neueren Ordnungstheorie systematisch untersucht (und zwar vor allem wegen der sog. „Kronen“ [crowns], auf die wir hier nicht eingehen). Die folgende Definition stammt aus Schröder (2003, S. 42):

Definition 2.7.1 *Let P be an ordered set. An $(n+1)$-***fence** *(cf. Figure 2.3) is an ordered set $F = \{f_0, \ldots, f_n\}$ such that $f_0 > f_1$, $f_1 < f_2$, $f_2 > f_3$, $\ldots$, $f_{n-1} < f_n$ or $f_0 < f_1$, $f_1 > f_2$, $f_2 < f_3$, $\ldots$, $f_{n-1} > f_n$ if n is even, respectively $f_0 < f_1$, $f_1 > f_2$, $f_2 < f_3$, $\ldots$, $f_{n-1} < f_n$ or $f_0 > f_1$, $f_1 < f_2$, $f_2 > f_3$, $\ldots$, $f_{n-1} > f_n$ if n is odd, and such that these are all comparabilities between the points. The* **length** *of the fence is n. The points f_0 and f_n are called the* **endpoints** *of the fence.*

Die folgenden zwei Bilder zeigen die beiden nicht-isomorphen Zäune für gerades und ungerades n:



2. Bekanntlich hat jede triadische Relation 3! = 6 Permutationen. Für die Peircesche Zeichenrelation haben wir

$\wp(ZR) = \{(M, O, I), (M, I, O), (O, M, I), (O, I, M), (I, M, O), (I, O, M)\}$

Zeichnen wir die relationalen Beziehungen zwischen den Fundamentalkategorien ein, so haben wir

$(M < O < I)$

$(M < I > O)$

$(O > M < I)$

$(O < I > M)$

$(I > M < O)$

$(I > O > M)$

Relational kann man die 6 Permutationen also durch

$Rel_{ZR} = \{[<<],[<>], [><], [<<]\}$

bestimmen, da zwei Typen doppelt aufscheinen. Damit haben wir aber auch schon die 4 Typen von Zäunen, die es in einer 3-elementigen Mengen geben kann. Die Zaunschreibweise ermöglicht also eine Gruppierung der 6 Permutationen in 4 Ordnungstypen.

Bibliographie

Schröder, Bernd S.W., Ordered Sets. Boston 2003

22.2.2011