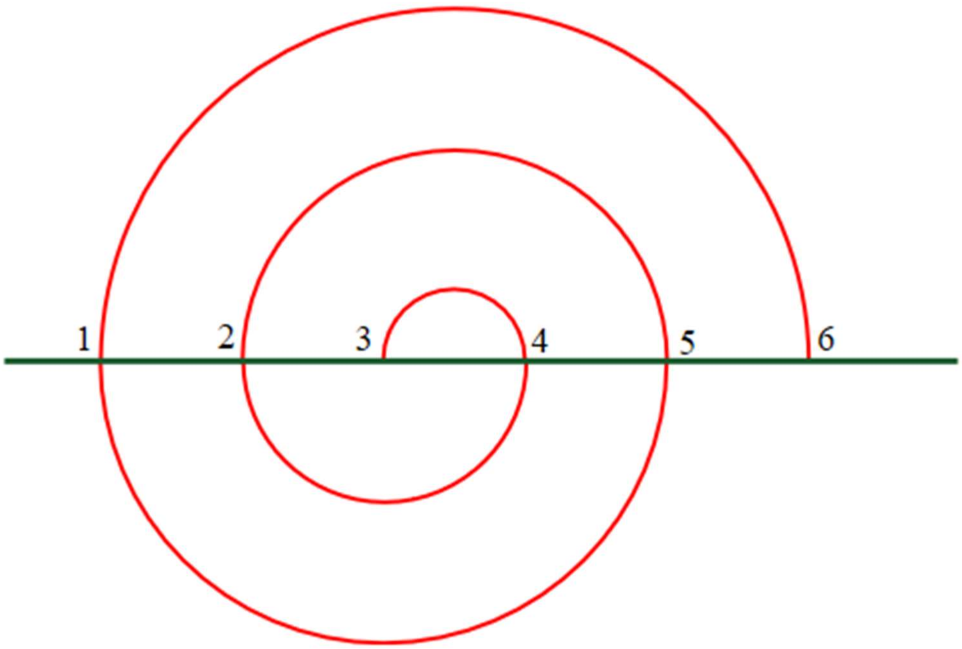
Prof. Dr. Alfred Toth

Spiralzahlen

1. Queneau-Zahlen (vgl. Queneau 1972, Audin 2011, Toth 2017a, b) sind Verallgemeinerungen der seit Petrarca, vor allem zunächst innerhalb der Literaturtheorie, studierten Sextinen. Eine Queneau-Zahl als Sextine ist eine Spiralzahl der Form



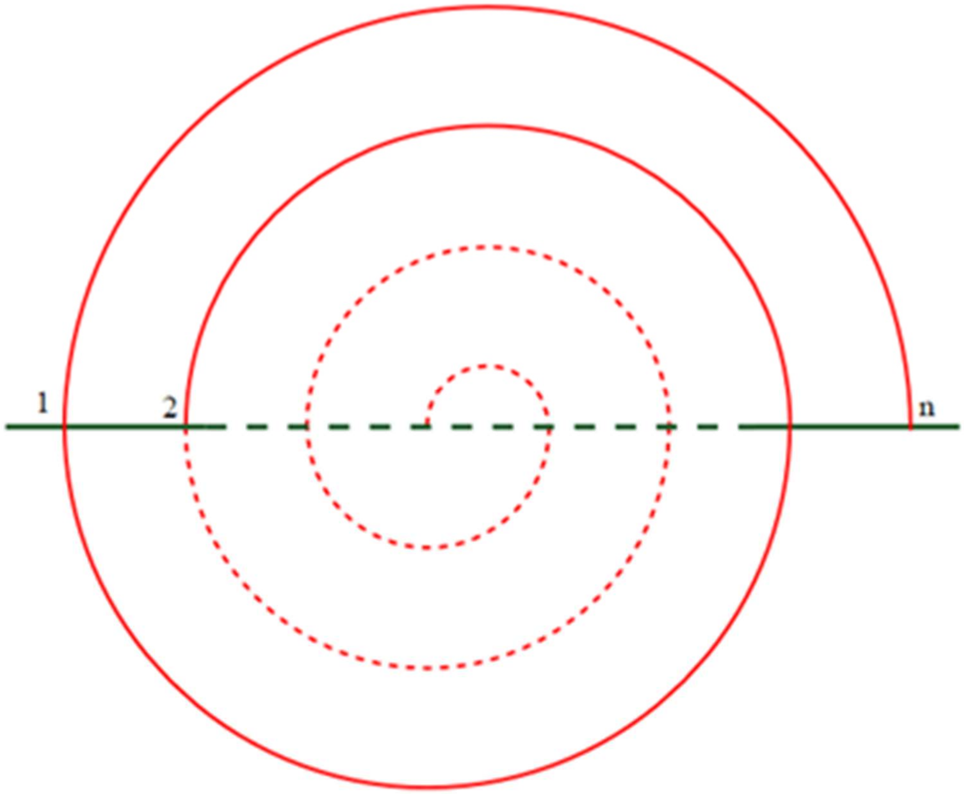
in der also die Peano-Folge

Z = (1, 2, 3, 4, 5, 6)

durch die Spiral-Folge

Q = (6, 1, 5, 2, 4, 3)

ersetzt ist. Geht man von Sextinen zu n-inen über, so sieht das geometrische Modell wie folgt aus



Die Permutation σ für eine Menge M von n Reimwörtern ist, wie das obige Modell darstellt, durch die Ordnung n, 1, n-1, 2, ... gegeben und kann auch durch

$\sigma(k) = 2k$, wenn $2k \leq n$, andernfalls $\sigma(k) = 2n + 1 - 2k$

definiert werden.

Für welche ganzen Zahlen n ist die Permutation σ ein Zyklus der Ordnung n und damit eine Queneau-Zahl?

1 ist eine Queneau-Zahl

2 ist eine Queneau-Zahl

3 ist eine Queneau-Zahl

Damit sind in Sonderheit die 3 Primzeichen, d.h. die Zahlen S = (1, 2, 3) (Bense 1981, S. 17 ff.), als Queneauzahlen, d.h. als Spiraltransformationen, darstellbar.

Hingegen gilt

4 ist keine Queneau-Zahl (da σ im Transformationsschema 3 fixiert).

5 ist eine Queneau-Zahl

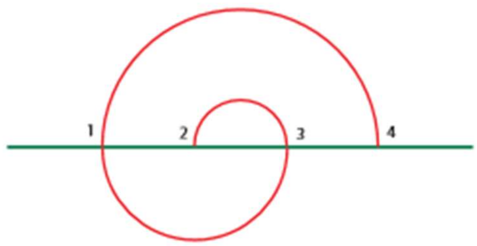
6 ist eine Queneau-Zahl

7 ist keine Queneau-Zahl

8 ist keine Queneau-Zahl.

Die Tatsache, daß „Catherines“

4-ine ou Catherine. Tout allait très bien jusque là, mais ici se produit une petite catastrophe.



La permutation spirale

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

fixe le troisième mot. Il n'y a pas de Catherine.

keine Queneau-Zahlen sind, führt im Falle einer automatentheoretischen Einbettung des triadischen Zeichenmodelles (vgl. Toth 2014a), das bekanntlich mit dem einen Interpretanten nur das Ich-Subjekt kodieren kann, in ein Modell, in dem es auch Interpretanten für das Du- und das Er-Subjekt-gibt, zu einer „Diremption“, d.h. die kommunikationstheoretische Erweiterung des logisch 2-wertigen peirceschen Zeichenmodelles ist unter Zugrundelegung der Spiralordnung der Peanozahlen ausgeschlossen. Dies folgt unmittelbar aus der Definition der Quenauzahlen, die wir hier nach Audin (2011) widergeben

DEFINITION. Pour que l'entier n soit un nombre de Queneau, il est nécessaire que $2n+1$ soit un nombre premier. Si c'est le cas, n est un nombre de Queneau si et seulement si

- **soit 2 est d'ordre $2n$ modulo $2n+1$,**
- **soit, si n est impair, 2est d'ordre n modulo $2n+1$.**

Werfen wir einen Blick auf die Peano- und die Queneau-Ordnungen der ersten 6 Peano-Zahlen

Peano number	Peano order	Queneau order
1	1	1
2	1, 2	2, 1
3	1, 2, 3	$\underline{3, 1, 2}$
4	1, 2, 3, 4	4, $\underline{1, 3, 2}$
5	1, 2, 3, 4, 5	5, $\underline{1}$, 4, $\underline{2, 3}$
6	1, 2, 3, 4, 5, 6	6, $\underline{1}$, 5, $\underline{2}$, 4, $\underline{3}$,

dann erkennen wir, daß Catherines sich immer noch semiotisch verhalten, insofern die drei Fundamentalkategorien (1, 2, 3) ohne Juxtaposition anderer Werte erscheinen. Dagegen haben 5-inen 1 Juxtaposition (1, $\underline{4}$, 2, 3), und 6-inen haben 2 Juxtapositionen (1, $\underline{5}$, 2, $\underline{4}$, 3), d.h. beide verhalten sich nicht-semiotisch und verhindern weitere Versuche zur Konstruktion semiotischer Automaten, auf der Basis von 5-inen und 6-inen.

Wir kommen somit zum Ergebnis, daß die Relation der linearen Peano-Ordnung und der spiraligen Queneauzahlen lediglich isomorph ist zu den Primzeichenzahlen (1, 2, 3), aber nicht weiter.

2. Bekanntlich wurde die qualitative, ortsfunktionale Zahl durch

$Z = f(\omega)$

definiert (vgl. Toth 2016). Ortsfunktionale Zahlen können nicht nur linear (horizontal), wie die Peanozahlen, d.h. adjazent, sondern auch subjazent (vertikal) und transjazent (diagonal) gezählt werden, wobei sie in Zahlfeldern auftreten, d.h. Zahlen der Form $Z = f(\omega)$ sind 2-dimensional.

2.1. Adjazente Zählweise

$$\begin{array}{ccccccccccc}
x_i & y_j & & y_i & x_j & & y_j & x_i & & x_j & y_i \\
\varnothing_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & \varnothing_j & & \varnothing_j & \varnothing_i & & \varnothing_j & \varnothing_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
\varnothing_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & \varnothing_j & & \varnothing_j & \varnothing_i & & \varnothing_j & \varnothing_i \\
x_i & y_j & & y_i & x_j & & y_j & x_i & & x_j & y_i
\end{array}$$

2.2. Subjazente Zählweise

$$\begin{array}{ccccccccccc}
x_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & x_j & & \varnothing_j & x_i & & x_j & \varnothing_i \\
y_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & y_j & & \varnothing_j & y_i & & y_j & \varnothing_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
y_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & y_j & & \varnothing_j & y_i & & y_j & \varnothing_i \\
x_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & x_j & & \varnothing_j & x_i & & x_j & \varnothing_i
\end{array}$$

2.3. Transjazente Zählweise

$$\begin{array}{ccccccccccc}
x_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & x_j & & \varnothing_j & x_i & & x_j & \varnothing_i \\
\varnothing_i & y_j & & y_i & \varnothing_j & & y_j & \varnothing_i & & \varnothing_j & y_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
\varnothing_i & y_j & & y_i & \varnothing_j & & y_j & \varnothing_i & & \varnothing_j & y_i \\
x_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & x_j & & \varnothing_j & x_i & & x_j & \varnothing_i
\end{array}$$

Ortsfunktionale Zahlen korrespondieren daher mit dem ontischen Raumfeld-Modell (vgl. Toth 2014b), das die allgemeine Form

h→l	h	r→h
l	x	r
l→v	v	v→r

hat.

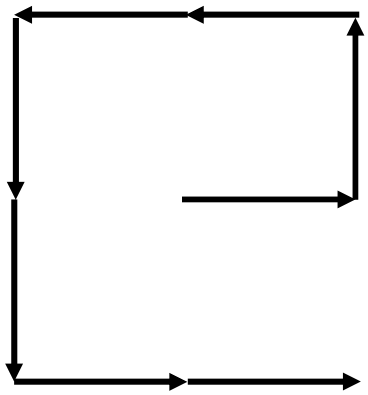
SATZ. Zwischen einem qualitativen Zahlenfeld und einem ontischen Raumfeld besteht eine qualitative arithmetisch-geometrische Isomorphierelation.

Wir können daher das obige Raumfeld sofort mit Hilfe von qualitativen Zahlen ausdrückeb

2→3	2	1→2
3	0	1
3→4	4	4→1

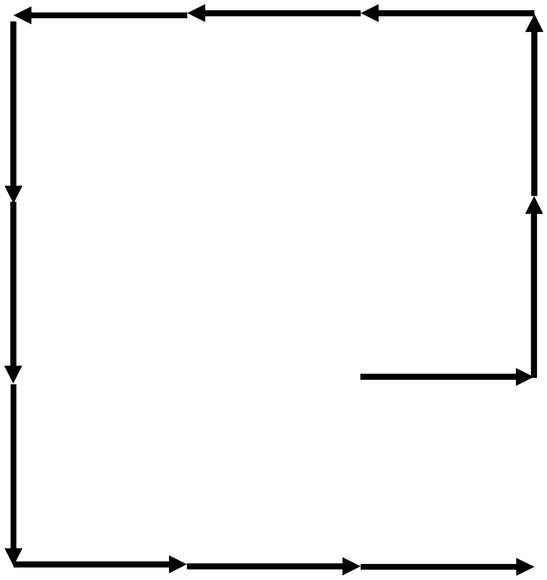
Die Ordnung dieser qualitativen Zahlen ist nun ebenfalls spiralig:

$$\begin{array}{lllll}
(2\rightarrow3) & \leftarrow & 2 & \leftarrow & (1\rightarrow2) \\
\downarrow & & & & \uparrow \\
3 & & 0 & \rightarrow & 1 \\
\downarrow & & & & \\
(3\rightarrow4) & \rightarrow & 4 & \rightarrow & (4\rightarrow1)
\end{array}$$



Da qualitative spiralige Zahlen Juxtapositionswerte zwischen jedem Paar von qualitativen Zahlen der Form $Z = (0, 1)$ in der Form von Abbildungen $\zeta = (0 \rightarrow 1)$ enthalten, ist die Ordnung $O(Z) \leqq 3$, d.h. qualitative spiralige Zahlen weisen die als Basis die Peano-Teilfolge $F = (1, 3, 5, ...)$ auf.

(4→5)	←	4	←	(3→4)	←	3	←	(2→3)
↓								↑
5								2
↓								↑
(5→6)								(1→2)
↓								↑
6						0	→	1
↓								
(6→7)	→	7	→	(7→8)	→	8	→	(8→1)



Die entsprechenden Zahlenfelder wachsen also gemäßt der Produktfolge (3 x 3), (5 x 5), (7 x 7), d.h. (9, 25, 49).

<u>Aufgabe</u>. Man zeige, daß das folgende ontische Modell einen Ausschnitt aus einer permutierten qualitativen spiraligen Zahlenordnung präsentiert.

Avenue Edison, Paris

Literatur

Audin, Michèle, L'Oulipo et les mathématiques. In: Conférence à la médiathèque les Champs libres de Rennes le 20 octobre 2010, texte complété après la discussion qui a suivi la conférence.

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Queneau, Raymond, Sur les suites s-additive. In: Journal of Combinatorial Theory (A) 12, 1972, S. 31-72

Toth, Alfred, Zu einer mehrwertigen semiotischen Automatentheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Theorie ontischer Raumfelder I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

Toth, Alfred, Einführung in die elementare qualitative Arithmetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Toth, Alfred, Queneau-Zahlen in der Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2017a

Toth, Alfred, The role of Catherines in Semiotics. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2017b

23.9.2018