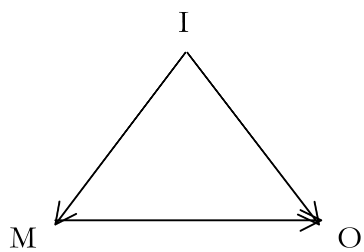
Prof. Dr. Alfred Toth

Semiotische Fundierungsrelationen

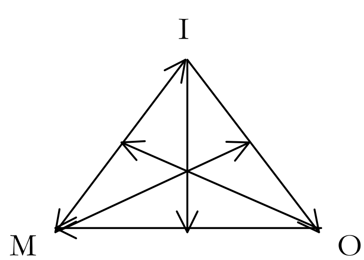
1. Im abstrakten Peirceschen Zeichenmodell



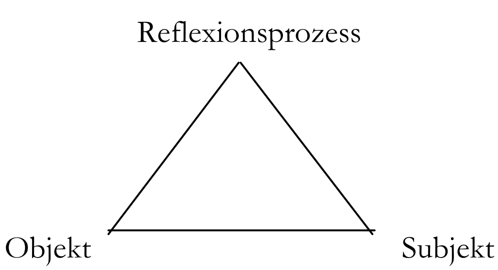
sind die dyadischen Partialrelationen

1. (M ⇒ O)
2. (O ⇒ I)
3. (I ⇒ M)

als semiotische Funktionen definiert, und zwar als Bezeichnungsfunktion (M ⇒ O), als Bedeutungsfunktion (O ⇒ I) und als Gebrauchsfunktion (M ⇒ I), vgl. z.B. Walther (1979, S. 113 ff.). Nicht definiert sind dagegen die folgenden drei Relationen zwischen Ecken und Kanten eines semiotischen Graphen:



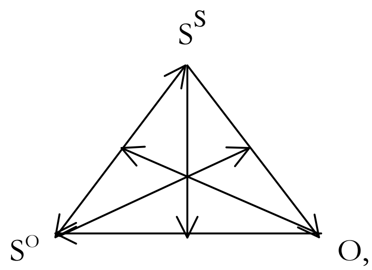
2. Günther (1963, S. 52) hatte folgendes "kybernetisches Grundschema" auf der Basis einer dreiwertigen Logik vorgeschlagen:



Ferner macht Günther klar, dass folgende Korrespondenzen gelten (1963, S. 38 f.):

(Subjekt $\Rightarrow$ Objekt)	$\equiv$	Transzendentalidentität
(Subjekt $\Rightarrow$ Reflexionsprozess)	$\equiv$	Reflexionsidentität
(Objekt $\Rightarrow$ Reflexionsprozess)	$\equiv$	Seinsidentität

In dem 1966 erschienenen Aufsatz "Formal Logic, Totality, and the Super-Additive Principle" ergänzt und modifiziert Günther sein kybernetisches Grundschema wie folgt (1976, S. 337):



wobei die drei Relationen zwischen den Ecken und Kanten des Graphen als "founding relations" bezeichnet werden (1976, S. 339).

In Toth (2008a, S. 64 f.) hatte ich gezeigt, dass folgende logisch-semiotische Korrespondenzen bestehen:

S^O (objektives Subjekt) $\equiv$ Mittelbezug
O ([objektives] Objekt) $\equiv$ Objektbezug
S^S (subjektives Subjekt) $\equiv$ Interpretantenbezug

Zusammen mit dem Schema aus Günther (1963, S. 52) bekommen wir

Subjekt $\equiv$ S^O (objektives Subjekt) $\equiv$ Mittelbezug
Objekt $\equiv$ O ([objektives] Objekt) $\equiv$ Objektbezug
Reflexionsprozess $\equiv$ S^S (subjektives Subjekt) $\equiv$ Interpretantenbezug

Daraus folgt also für die drei logischen Identitäten das folgende semiotische Korrespondenzschema

$(M \Rightarrow O)$	$\equiv$	Transzendentalidentität
$(O \Rightarrow I)$	$\equiv$	Seinsidentität
$(M \Rightarrow I)$	$\equiv$	Reflexionsidentität

Nun wurde jedoch in Toth (2008b) gezeigt, dass Transzendentalidentität durch den gruppentheoretischen Austausch der semiotischen Werte

$1 \leftrightarrow 2$,

Seinsidentität durch den gruppentheoretischen Austausch der semiotischen Werte

$2 \leftrightarrow 3$

und Reflexionsidentität durch den gruppentheoretischen Austausch der semiotischen Werte

$1 \leftrightarrow 3$

semiotisch repräsentiert wird. D.h. also, wir bekommen als weiteres Korrespondenzschema das folgende, in welchem die drei logischen Identitäten drei konstanten semiotischen Werten (bzw. gruppentheoretischen Einselementen) zugeordnet werden

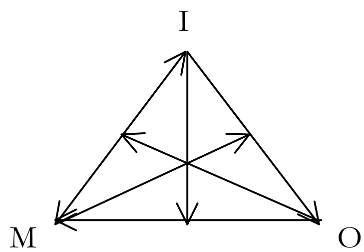
Seinsidentität	≡	1 = const.
Reflexionsidentität	≡	2 = const.
Transzendentalidentität	≡	3 = const

Wie in Toth (2008c) gezeigt wurde, entsprechen diese Wertvertauschungen genau der Anwendung der drei möglichen abelschen gruppentheoretischen Operationen σ_1, σ_2 und σ_3 auf die 10 Zeichenklassen. Diese drei symplerotischen Operationen erzeugen also aus den 10 Zeichenklassen eine erste Gruppe von transzendentalidentischen, eine zweite Gruppe von reflexionsidentischen und eine dritte Gruppe von seinsidentischen Zeichenklassen:

Zkln	**3 = const** **Transzendental-identität**	**2 = const** **Reflexions-identität**	**1 = const** **Seins-identität**
(3.1 2.1 1.1)	(3.2 1.2 2.2)	(1.3 2.3 3.3)	(2.1 3.1 1.1)
(3.1 2.1 1.2)	(3.2 1.2 2.1)	(1.3 2.3 3.2)	(2.1 3.1 1.3)
(3.1 2.1 1.3)	(3.2 1.2 2.3)	(1.3 2.3 3.1)	(2.1 3.1 1.2)
(3.1 2.2 1.2)	(3.2 1.1 2.1)	(1.3 2.2 3.2)	(2.1 3.3 1.3)
(3.1 2.2 1.3)	(3.2 1.1 2.3)	(1.3 2.2 3.1)	(2.1 3.3 1.2)
(3.1 2.3 1.3)	(3.2 1.3 2.3)	(1.3 2.1 3.1)	(2.1 3.2 1.2)
(3.2 2.2 1.2)	(3.1 1.1 2.1)	(1.2 2.2 3.2)	(2.3 3.3 1.3)
(3.2 2.2 1.3)	(3.1 1.1 2.3)	(1.2 2.2 3.1)	(2.3 3.3 1.2)
(3.2 2.3 1.3)	(3.1 1.3 2.3)	(1.2 2.1 3.1)	(2.3 3.2 1.2)
(3.3 2.3 1.3)	(3.3 1.3 2.3)	(1.1 2.1 3.1)	(2.2 3.2 1.2)
(3.3 2.2 1.1)	(3.3 1.1 2.2)	(1.12.2 3.3)	(2.2 3.3 1.1)

Wir sind daher berechtigt, die drei logisch-semiotischen Identitäten mit den Ecken des kybernetischen Grundschemas bzw. des triadischen Zeichengraphen zu identifizieren.

3. Nach dieser etwas längeren Vorarbeit ist es nun möglich, nicht nur solche semiotische Relationen zu berechnen, die den Kanten des semiotischen Graphen entsprechen, sondern auch solche zwischen Ecken und Kanten, also die Güntherschen Fundierungsrelationen.



Wie aus dem obigen Graphen ersichtlich ist, unterscheidet Günther (1976, S. 337) zwischen folgenden vier Fundierungsrelationen

4. (M $\Rightarrow$ (I $\Rightarrow$ O)
5. (O $\Rightarrow$ (M $\Rightarrow$ I), (O $\Rightarrow$ (I $\Rightarrow$ M)
6. (I $\Rightarrow$ (O $\Rightarrow$ M)

Beachte, dass Günther die Relation zwischen S^S und S^O als Austauschrelation auffasst, während er die Relationen zwischen O und S^O sowie S^S und O als Ordnungsrelationen versteht. Semiotisch bedeutet das, dass wir also von der inversen Bezeichnungsfunktion (O $\Rightarrow$ M) und der inversen Bedeutungsfunktion (I $\Rightarrow$ O) sowie neben der regulären Gebrauchsfunktion (I $\Rightarrow$ M) zusätzlich von der inversen Gebrauchsfunktion (M $\Rightarrow$ I) ausgehen müssen.

Wir bekommen also als Mengen von Zeichenklassen für die Ecken M, O und I

ZKL_M = {(2.1 3.1 1.1), (2.1 3.1 1.3), (2.1 3.1 1.2), (2.1 3.3 1.3), (2.1 3.3 1.2), (2.1 3.2 1.2), (2.3 3.3 1.3), (2.3 3.3 1.2), (2.3 3.2 1.2), (2.2 3.2 1.2) (2.2 3.3 1.1)},

ZKL_O = {(1.3 2.3 3.3), (1.3 2.3 3.2), (1.3 2.3 3.1), (1.3 2.2 3.2), (1.3 2.2 3.1), (1.3 2.1 3.1), (1.2 2.2 3.2), (1.2 2.2 3.1), (1.2 2.1 3.1), (1.1 2.1 3.1), (1.1 2.2 3.3)},

ZKL_I = {(3.2 1.2 2.2), (3.2 1.2 2.1), (3.2 1.2 2.3), (3.2 1.1 2.1), (3.2 1.1 2.3), (3.2 1.3 2.3), (3.1 1.1 2.1), (3.1 1.1 2.3), (3.1 1.3 2.3), (3.3 1.3 2.3), (3.3 1.1 2.2)}.

Damit können nun also alle 4 Fundierungsrelationen in ihrer je 10fachen bzw., unter Berücksichtigung der Kategorienrealität, 11fachen Ausprägung berechnet werden. Wir geben je ein Beispiel in numerischer und kategorieller Notation:

Beispiel für (M ⇒ (I ⇒ O):

$(2.1\ 3.1\ 1.1) \Rightarrow ((3.2\ 1.2\ 2.2) \Rightarrow (1.3\ 2.3\ 3.3)) \equiv$
$[[\beta, id1], [\alpha^\circ\beta^\circ, id1]] \Rightarrow [[[\alpha^\circ\beta^\circ, id2], [\alpha, id2]] \Rightarrow [[\alpha, id3], [\beta, id3]]]$

Beispiel für (O ⇒ (M ⇒ I):

$(1.3\ 2.3\ 3.3) \Rightarrow ((2.1\ 3.1\ 1.1) \Rightarrow (3.2\ 1.2\ 2.2)) \equiv$
$[[\alpha, id3], [\beta, id3]] \Rightarrow [[[\beta, id1], [\alpha^\circ\beta^\circ, id1]] \Rightarrow [[\alpha^\circ\beta^\circ, id2], [\alpha, id2]]]$

Beispiel für (O ⇒ (I ⇒ M):

$(1.3\ 2.3\ 3.3) \Rightarrow ((3.2\ 1.2\ 2.2) \Rightarrow (2.1\ 3.1\ 1.1)) \equiv$
$[[\alpha, id3], [\beta, id3]] \Rightarrow [[[\alpha^\circ\beta^\circ, id2], [\alpha, id2]] \Rightarrow [[\beta, id1], [\alpha^\circ\beta^\circ, id1]]]$

Beispiel für (I ⇒ (O ⇒ M):

$(3.2\ 1.2\ 2.2) \Rightarrow ((1.3\ 2.3\ 3.3) \Rightarrow (2.1\ 3.1\ 1.1)) \equiv$
$[[\alpha^\circ\beta^\circ, id2], [\alpha, id2]] \Rightarrow [[[\alpha, id3], [\beta, id3]] \Rightarrow [[\beta, id1], \alpha^\circ\beta^\circ, id1]]]$

Da wir hier bewusst von den symplerotischen Transformationen der Zeichenklasse (3.1 2.1 1.1) ausgegangen sind, können wir abschliessend sogar noch die semiotischen Verbindungen zwischen diesen vier Fundierungsrelationen bestimmen:

$[[\beta, id1], [\alpha^\circ\beta^\circ, id1]] \quad \Rightarrow \quad [[[\alpha^\circ\beta^\circ, id2], [\alpha, id2]] \Rightarrow [[\alpha, id3], [\beta, id3]]]$

$[[\alpha, id3], [\beta, id3]] \quad \Rightarrow \quad [[[\beta, id1], [\alpha^\circ\beta^\circ, id1]] \Rightarrow [[\alpha^\circ\beta^\circ, id2], [\alpha, id2]]]$

$[[\alpha, id3], [\beta, id3]] \quad \Rightarrow \quad [[[\alpha^\circ\beta^\circ, id2], [\alpha, id2]] \Rightarrow [[\beta, id1], [\alpha^\circ\beta^\circ, id1]]]$

$[[\alpha^\circ\beta^\circ, id2], [\alpha, id2]] \quad \Rightarrow \quad [[[\alpha, id3], [\beta, id3]] \Rightarrow [[\beta, id1], [\alpha^\circ\beta^\circ], id1]]]$

Mit Hilfe der mathematischen Semiotik lassen sich hier also tiefste fundamentalkategoriale Strukturen aufdecken, die der Logik nicht oder nicht in dieser Komplexität und Tiefe zugänglich sind.

Bibliographie

Günther, Gotthard, Das Bewusstsein der Maschinen. Krefeld 1963
Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 1. Hamburg 1976
Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (2008a)
Toth, Alfred, Symplerose und Transjunktion. Ms. (2008b)
Toth, Alfred, Eine Betrachtung zu semiotischen Identitäten. Ms. (2008c)