Prof. Dr. Alfred Toth

Zu einer semiotischen Arithmetik der Reziprozität

S Lebe n isch es Lied, wo n en Spiler singt. Niemert verstoots, und scho is es verbii.

Kurt Früh, „Hinter den sieben Gleisen“ (1959)

1. In einer 2-dimensionalen Semiotik wie derjenigen von Peirce gibt es nur 2 Typen von Primzeichen:

1.1. Die triadischen, welche nach rechts binden: a.

D.h. es ist: A. = {a.x | a ∈ {1, 2, 3}.

1.2. Die trichotomischen, welche nach links binden: .a

D.h. es ist: .A = {x.a | a ∈ {1, 2, 3}.

Die Elemente von A. und .A können zu folgenden 4 Verbindungen kombiniert werden:

- a.a. - a..a

- .a.a - .aa.,

wobei also der Fall a..a = a.a, die sog. kartesische Multiplikation, nur einen Sonderfall unter mehreren einnimmt.

2. Gehen wie jedoch von einer 3-dimensionalen Semiotik aus (vgl. Stiebing 1978, S. 77), so finden wir die folgenden 6 Typen von Primzeichen:

2.1. Horizontal triadische: a.

x.x

D.h. es ist: .A = { x.a |a ∈ {1, 2, 3}.

x.x

2.2. Horizontal trichotomische: .a

x.x

D.h. es ist: .A = { a.x |a ∈ {1, 2, 3}.

x.x

2.3. Vertikal triadische: a˙

a.x

D.h. es ist: .A = { x.x |a ∈ {1, 2, 3}.

x.x

2.4. Vertikal trichotomische: ạ

x.a

D.h. es ist: .A = { x.x |a ∈ {1, 2, 3}.

x.x

2.5. Hinten/vorne triadische: à

x.x

D.h. es ist: .A = { x.a |a ∈ {1, 2, 3}.

a.x

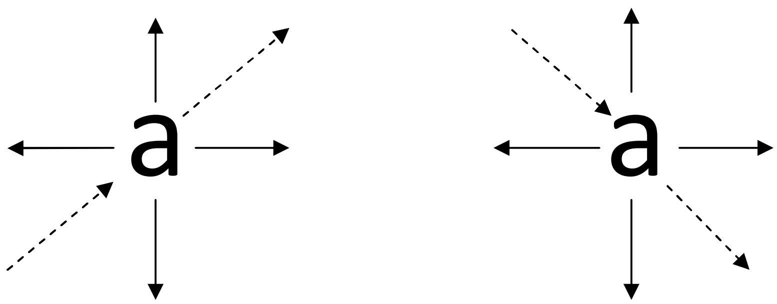
2.6. inten/vorne trichotomische: á.

x.x

D.h. es ist: .A = { x.a |a ∈ {1, 2, 3}.

x.a

Ein Primzeichen der allgemeinen Form (a) hat also die folgenden (dimensionalen) Richtungen:



Diese 6 Typen lassen sich zu (6 · 7)/2 = 21 Paaren kombinieren, die in folgender Tabelle zusammengefasst sind:

a.a.

a..a .a.a

a.ȧ .aȧ ȧ ȧ

a.ạ .aạ ȧạ ạạ

a.à .aà ȧà ạà àà

a. á .aá ȧá ạá àá áá,

die Punkte und Striche sind also einfach Abkürzungen für Pfeile.

3. Eine Arithmetik gerichteter Peirce-Zahlen (worunter wir im Anschluss an Toth 2008 usw. die hier als triadische bzw. trichotomische oder rechts- und links-bindende bezeichneten Primzeichen verstehen) wird nun am besten mit Hilfe einer Topologie dargestellt, deren Basisbegriffe das Ganze und sein Teil sind (sog.

Mereotopologie), denn sowohl bei reziproken wie bei reflexiven Handlungen sind ja immer mindestens zwei Objekte beteiligt: sie küssen sich, man isst von etwas, er erinnert sich an/auf/von etwas (z.B. deutsch/österr. Deutsch, Ungarisch/ Altgriechisch), Hunde schlecken sich ab, einer klebt ein Plakat an, der soldt zieht seine Uniform an, usw. Wer sich für die verbale Semiotik reziproker Ausdrücke interessiert, sei auf die Pionierarbeiten von Maslova 2000 u. 2005 verwiesen. Allerdings geht es hier im folgenden nicht um die verbale Kodierung reziproker Ausdrücke (z.B. Akkad. ah̳u ana ah̳i „einer dem anderen“, dt. ein-ander vs. selbstdritt, finn. toinen toistaan (eig. „zweitens aus zweien) usw. usw.), sondern um die von der Linguistik unabhängigen, aber ihr zugrunde liegenden abstrakten Typen, d.h. um die mengentheoretisch-topologischen Strukturen, die den Typen von Reziprozität einschliesslich ihres Grenzfalls, der Reflexivität (vgl. dt. „sie küssen einander“ vs. „sie küssen sich“), zugrunde liegen.

3.1. Wir gehen also davon aus, dass man reziproke Handlungen relations-theoretisch sehr einfach wie folgt darstellen kann:

$REC(x, y) := [(x, y) \wedge (y, x)]$.

D.h., zwei Objekte sind nur dann reziprok, wenn sie auf beide Paare (x,y) und (y, x) zutreffen, sonst nicht. Ist x = y, liegt der Grenzfall der Reflexivität vor.

3.2. Als nächstes bestimmen wir die Lage der Objekte x und y zueinander (die Zunge x schleckt am Gesicht y, die Uniform x befindet sich am Körper y, Hans (x) schlägt Fritz (y), zwei Freunde, x und y, schreiben einander Briefe, usw. Ein einfaches Klassifkationsschema für Pars-Teil-Relationen wurde von Cohn und Varzi (2003, S. 7) vorgeschlagen:

$O_\tau(x, y)$	$=_{df}$	$\exists z(P_\tau(z, x) \wedge P_\tau(z, y))$	x τ-overlaps y
$A_\tau(x, y)$	$=_{df}$	$C_\tau(x, y) \wedge \neg O_\tau(x, y)$	x τ-abuts y
$E_\tau(x, y)$	$=_{df}$	$P_\tau(x, y) \wedge P_\tau(y, x)$	x τ-equals y
$PP_\tau(x, y)$	$=_{df}$	$P_\tau(x, y) \wedge \neg P_\tau(y, x)$	x is a proper τ-part of y
$TP_\tau(x, y)$	$=_{df}$	$P_\tau(x, y) \wedge \exists z(A_\tau(z, x) \wedge A_\tau(z, y))$	x is a tangential τ-part of y

Man beachte dass mereotopologische „Equality“ genau der obigen Definition von „Reziprozität“ entspricht und dass das Nichterfülltsein dieser Relation genau mit der mereotopologischen Definition von „Proper Part“ (echter Teilmenge) zusammenfällt. Tangentialität kann man Grenzfall von „inverser“ Transitivität von Reziprozität bestimmen $((z, x) \wedge (x, y) \Rightarrow (z, y))$.

Man kann nun in die obigen 5 Formeln für x und y jeweils alle 21 Paare gerichteter Peirce—Zahlen einsetzen, wobei natürlich diejenigen mit inverser Gerichtetheit ((a→←a)) entfallen.

Bibliographie

Cohn, Anthony G./Varzi, Achille C., Mereotopological connection. In: Journal of Philosophical Logic 32/4, 2003, S. 357-390

Maslova, Elena, Reciprocal and Polyadic. Ms. 2000

Maslova, Elena, Reflexive encoding of reciprocity. Ms. 2005

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, Die quantitativ-qualitative Arithmetik der Peirce-Zahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Quant-Qual%20Arithm.pdf (2008)

30.12.2010