Prof. Dr. Alfred Toth

Die Primzeichen als quantitativ-qualitative Zahlenkontinua

Max Bense hatte gezeigt, "dass unter einer 'Zahl' eine triadische (zeichenanaloge) Relation

ZaR = R(Za(M), Za(O), Za(I))

verstanden wird bzw. dass jede 'Zahl' ein 'Repertoire' (Za(M)), einen 'Objektbezug' (Za(O)) und einen 'Interpretanten' (Za(I)) besitzt" (1980, S. 288).

Damit hat man nun "auf der semiotischen Repräsentationsebene des Zahlbegriffs drei zur Repräsentation gehörende Teilaspekte zu unterscheiden:

1. die Kardinalität der Zahl (Kardinalzahl), d.h. Repräsentation als 'Mächtigkeit'
2. die Ordinalität der Zahl (Ordinalzahl), d.h. Repräsentation als 'Nachfolge'
3. die Relationalität der Zahl (Relation als Zahl), d.h. Repräsentation als 'Konnex' (1980, S. 293).

Was Punkt 2, also die Ordinalzahl im Sinne der Repräsentation als Nachfolge, betrifft, hatte Bense bereits einige Jahre zuvor nachgewiesen, dass sich die Peano-Axiome in der Form von semiotischen Axiomen schreiben lassen:

1. Der Präsentant ist ein Repräsentant
2. Der Repräsentant eines Repräsentanten ist ein Repräsentant.
3. Es gibt keine zwei Präsentanten mit dem gleichen Repräsentanten.
4. Der Präsentant ist nicht Repräsentant eines Repräsentanten (Bense 1975, S. 171).

Damit erfüllt also der semiotische Zahlbegriff 3 von den 4 durch von Franz (1970, S. 75) aufgestellten Kriterien einer quantitativ-qualitativen Zahl:

1. Quantität. Diese betrifft die Zahl als Kardinalzahl.
2. Geometrisierbarkeit (Topologie). Diese betrifft die Zahl als Relationalzahl.
3. Algebraisierbarkeit (Mengenlehre). Diese betrifft die Zahl als Ordinalzahl.

Wir fragen uns nun, ob der semiotische Zahlbegriff nicht auch das letzte Kriterium erfüllt:

4. Qualitativer Rhythmus eines Einskontinuums, Sinnaspekt: "Die Eins fasst Ganzheiten zusammen, die Zwei teilt, wiederholt und erzeugt Symmetrien, die Drei zentriert Symmetrien und startet lineare Abläufe, die Vier stabilisiert durch Rückwendung zur Eins und macht individuelle Ganzheiten durch Setzung von Scheidegrenzen sichtbar" (von Franz 1970, S. 75).

Der qualitative Aspekt ganzer Zahlen lässt sich nach von Franz durch sog. Brouwersche Kontinua darstellen, d.h. "die unendliche Folge von ineinander geschachtelten Teilintervallen von wachsender Stufe" (1970, S. 71). Man beachte, dass "das vollständige Zeichen als eine triadisch gestufte Relation von Relationen zu verstehen” ist (Bense 1979, S. 67), d.h. die Zeichenrelation ist derart gebaut, dass die monadische Relation in die dyadische und die monadische und die dyadische Relation in die triadische Relation geschachtelt sind (Bense 1979, S. 53).

Man beachte ferner, dass ein wesentlicher Unterschied zwischen Primzahlen und Primzeichen (abgesehen davon, dass 1 als Primzeichen, nicht aber als Primzahl fungieren kann) darin besteht, dass auf der Ebene der Primzahlen

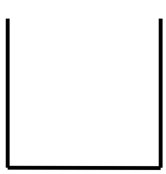
$1 + 1 = 2$
$1 + 2 = 3$
$1 + 1 + 1 = 3$,

auf der Ebene der Primzeichen jedoch

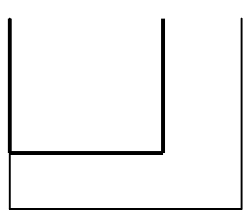
$1 + 1 = 1$
$1 + 2 = 2$
$1 + 1 + 1 = 1$

gilt (vgl. Toth 2007, S. 71 ff.), d.h. ein Primzeichen der Form (n+1) ist nur dann erreichbar, wenn bereits einer der beiden Summanden die Form (n+1) hat, nicht jedoch durch quantitative Summation. In diesem Umstand spiegelt sich also der Bensesche Begriff der “geschachtelten” Relation, denn die Relationen der Form n, (n+1), (n+2) enthalten sich stets selbst. Diese Tatsache ist nun aber qualitativ, denn qualitative Zahlen der Form (n+1) lassen sich aus quantitativen Zahlen der Form (n) nur durch einen “Qualitätssprung”, nicht durch blosse Addition von Quantitäten, erreichen (Kronthaler 1986, S. 35). Im Falle der polykontexturalen Zahlen spricht man hier von Proto-, Deutero- und Trito-Zahlen, im Falle der semiotischen Zahlen bzw. Primzeichen entsprechen sie der Erstheit, Zweitheit und Drittheit.

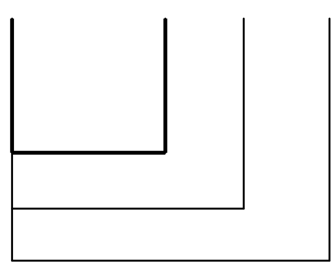
Da es sich bei den von Bense (1980) eingeführten Primzeichen also um quantitativ-qualitative Zeichenzahlen bzw. Zahlenzeichen handelt, schlagen wir zu ihrer Darstellung eine an von Franz (1970, S. 71) angelehnte Notation vor. Wir bekommen dann für die neun Subzeichen der kleinen semiotischen Matrix:



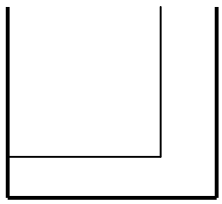
(1.1)

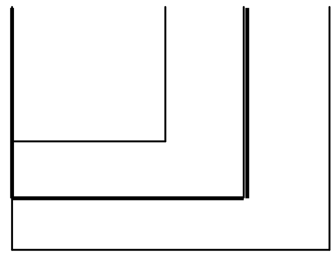


(1.2)

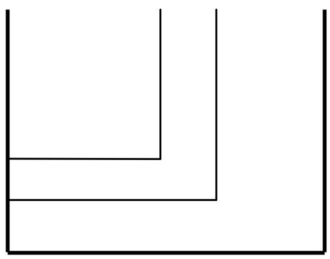


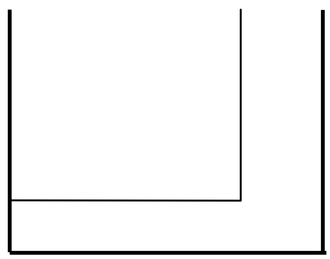
(1.3)





(2.1) (2.2) (2.3)





(3.1) (3.2) (3.3)

Wie man erkennt, sind also Primzeichen flächige Zahlen: sie wachsen in zwei Dimensionen. Dabei haben die Subzeichen (1.2) und (2.1), (1.3) und (3.1) sowie (2.3) und (3.2) die gleichen offenen Quadrate. Da die Subzeichen aber im Gegensatz zu den quantitativen Zahlen 12 und 21, 13 und 31, 23 und 32 nicht an verschiedenen Positionen eines "Zahlenstrahls" liegen, sondern wegen ihrer Dualität an der gleichen Position, ist die Vertauschung von Haupt- und Stellenwerten durch Fettzeichnung unterschieden.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica 3/3, 1980, S. 287-294

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

von Franz, Marie-Louise, Zahl und Zeit. Stuttgart 1970