Prof. Dr. Alfred Toth

Die triadische Relation triadischer Objekte

1. Wie ich bereits in mehreren Arbeiten betont hatte, unterscheidet sich die triadische Objektrelation OR = ($\mathcal{M}$, Ω, $\mathcal{I}$) von der triadischen Zeichenrelation ZR = (M, O, I) dadurch, dass ihre Kategorien ontologisch und nicht semiotisch sind und nicht ineinander verschachtelt sind (vgl. Bense 1979, S. 53, 67), sondern triadische Objekte darstellen, insofern sie in Korrelation mit den Fundamentalkategorien von ZR stehen (vgl. Bense/Walther 1973, S. 71). Damit erfüllt also OR im Gegensatz zu ZR die Theoreme des 3-stelligen logischen Relationenkalküls. Zweck dieses Aufsatz ist, semiotische Modelle für ^{3}OR zu geben, nachdem Menne (1991, S. 153 f.) bereits anderweitige Interpretationen für (einfaches) ^{3}R gegeben hatte. Bei der Notation für die folgenden Theoreme wird ebenfalls das Systeme von Menne verwendet.

2. Definitionen

2.1. $^3OR = \{xyz\}.\ f(x, y, z)$
2.2. $^3OR(x, y, z) = \{\{uvw\}.\ f(u, v, w)\}\ (x, y, z)$
2.3. $^3ORel = {}^3OR: \exists f: {}^3OR = \{xyz\}.\ f(x, y, z)$

2.3. bedeutet also, dass es zu ^{3}OR eine Klasse von Objektrelationen gibt, so, wie es zu ^{3}ZR eine Klasse von Zeichenrelationen gibt.

2.4. $D'_1\ {}^3OR = \{x_1\}: \exists x_2, \exists x_3, {}^3OR(x_1, x_2, x_3)$	Erstbereich
2.5. $D'_2\ {}^3OR = \{x_2\}: \exists x_1, \exists x_3, {}^3OR(x_1, x_2, x_3)$	Zweitbereich
2.4. $D'_3\ {}^3OR = \{x_3\}: \exists x_1, \exists x_2, {}^3OR(x_1, x_2, x_3)$	Drittbereich
2.5. $C'_3\ {}^3OR = D'_1\ {}^3OR \cup D'_1\ {}^3OR \cup D'_1\ {}^3OR$	Relationsfeld

Menne (1991, S. 148) gibt als Beispiel für ^{3}R den Funktor „schenkt". Der Erstbereich ist dann die Klasse aller Schenkenden, der Zweitbereich die Klasse aller Beschenkten und der Drittbereich die Klasse aller Geschenke. Da das Zeichen die Anforderungen eines allgemeinen Kommunikationsschemas erfüllt (vgl. z.B. Bense 1971, S. 39 ff.), und da dieses im Rahmen der Benseschen semiotischen Ontologie aus Subjekt, Objekt sowie Zeichenträger zusammengesetzt ist (Bense 1976, S. 26 f.), folgt, dass der Erstbereich der Bereich der Subjekte, der Zweitbereich der Bereich der Objekte und der Drittbereich der Bereich der

Zeichenträger ist. Damit erfüllt also jede allgemeine triadische Relation ^3R in Sonderheit jede triadische Objektrelation ^3OR, und da ^3OR und ^3ZR, wie oben begründet, korrelativ aufeinander abgebildet sind, erfüllt auch jede ^3R qua ^3OR die Anforderungen einer ^3ZR. Damit lässt sich aber auch jede ^3ZR als ^3OR und lassen sich alle ^3ZR und ^3OR als ^3R darstellen.

3. Relations- und Relationsaussage-Funktoren

3.1. $^3OR' = \{xyz\}. \overline{^3 OR(x, y, z)}$ Komplementär-Relation
3.2. $^3OR \cap {}^3OS = \{xyz\}. {}^3OR (x, y, z) \wedge {}^3OS (x, y, z)$ Durchschnitts-Relation
3.3. $^3OR \cup {}^3OS = \{xyz\}. {}^3OR (x, y, z) \vee {}^3OS (x, y, z)$ Vereinigungs-Relation
3.4. $^3OR \setminus {}^3OS = \{xyz\}. {}^3OR (x, y, z) \wedge \overline{^3OS (x, y, z)}$ Differenz-Relation
3.5. $^3OR \subseteq {}^3OS = \{xyz\}. {}^3OR (x, y, z) \rightarrow {}^3OS (x, y, z)$ Relations-Subsumption
3.6. $^3OR = {}^3OS = \forall xyz. {}^3OR(x, y, z) \leftrightarrow {}^3OS (x, y, z)$ Relations-Gleichheit
3.7. $^3OR \subset {}^3OS = {}^3OR \subseteq {}^3OS \wedge {}^3OR \neq {}^3OS$ Relationen-Inklusion

4. Relationskennzeichnungen

$$\left.\begin{array}{l} 4.1.\ ^3OR'_1 (y, z) = \mathbf{\Omega}x.\ ^3OR(x, y, z) \\ 4.2.\ ^3OR'_2 (x, z) = \mathbf{\Omega}y.\ ^3OR(x, y, z) \\ 4.3.\ ^3OR'_3 (x, y) = \mathbf{\Omega}z.\ ^3OR(x, y, z) \end{array}\right\} \text{individuelle Relationskennzeichnungen}$$

4.4. $^3\overrightarrow{OR}'_1 (y, z) = \{x\}. {}^3OR(x, y, z)$ Klasse der Erstterme von ^3OR

5. Konversen, Beschränkungen

5.1. Zu einer ^3OR gibt es $3! - 1 = 5$ verschiedene Konversen. (Zu jeder ^nR gibt es nämlich $n! - 1$ Konversen.)

5.2. $^3OR \lceil_1 K = \{xyz\}. x \in K \wedge OR(x, y, z)$ Erstbeschränkung

5.3 $^3OR \lceil\lfloor_1 K = \{xyz\}. x \in K \wedge y \in K \wedge z \in K \wedge OR(x, y, z)$
Feldbeschränkung

6. Spezielle Relationen

6.1. $^30 = \{xyz\}\ x \neq x \vee y \neq y \vee z \neq z$ Nullrelation
6.2. $^31 = \{xyz\}\ x \equiv x \wedge y \equiv y \wedge z \equiv z$ Allrelation
6.3. $\exists!\ {}^3OR = \exists xyz. {}^3OR(x, y, z)$ Existenz der Relation

6.4. $\vdash . \exists! \, ^3OR \leftrightarrow \, ^3OR \neq \, ^30$

6.5. $Un_1 \, ^3OR = \forall xyzu. \, ^3OR(x, y, z) \wedge \, ^3OR(u, y, z) \rightarrow x \equiv u$

Ersteindeutigkeit

7. Partialrelationen

Da eine n-stellige Partialrelation $\binom{n}{k}$ k-stellige Partialrelationen enthält, enthält ^3OR 3 2-stellige Partialrelationen, nämlich R(x, y), R(y, z) und R(x, z).

Zu einem allgemeinen semiotischen Relationenkalkül von ^3ZR vgl. Toth (2007, S. 166 ff.)

Bibliographie

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 2. Aufl. Darmstadt 1991

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007, 2. Aufl. ebda. 2008

3.9.2009