Prof. Dr. Alfred Toth

Zur Verwendung von "Nimbers" für die Semiotik

1. Die von J.H. Conway (1996, S. 291 ff.) eingeführten „Nimbers" basieren auf Hackenbush-Spielen, die ihrerseits als eine Art von „Visualisierungen" surrealer Zahlen aufgefasst werden können. Wie man weiss (vgl. Toth 2011), ist eine surreale Zahl ein Ausdruck

$\{a, b, c, ... \mid d, e, f, ...\}$,

der „the simplest number strictly greater than all the numbers a, b, c, ... and strictly less than all the numbers d, e, f, ..." (Conway/Guy 1996, S. 283) bedeutet:

$\{ \mid \} = 0$, die einfachste Zahl von allen

$\{0 \mid \} = 1$, die einfachste Zahl > 0

$\{0, 1 \mid \} = 2$, die einfachste Zahl > 1 (und > 0), usw.

Natürlich ist

$\{1 \mid \} = 2 \neq \{ \mid 1\} = 0$,

d.h. surreale Zahlen lassen sich nicht eindeutig darstellen. Daher gilt ferner z.B.

$\{ \mid \} = \{ \mid 1\} = \{-1 \mid \} = \{-½ \mid ½\} = ... = 0$.

2. Es ist daher nicht verwunderlich, dass sich auch Nimbers absonderlich verhalten. Z.B. gilt für Potenzen (Conway/Guy 1996, S. 292):

$2^2 = 3, 4^4 = 5, 16^{16} = 17, 256^{16} = 257, ...$,

d.h. allgemein: $a^a = (a+1)$.

Am meisten interessieren uns hier jedoch die Additionen, vgl. die folgende Tabelle aus Conway/Guy (1996, S. 293):

a + b	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	1	0	3	2	5	4	7	6	9	8	11	10	13	12	15	14
2	2	3	0	1	6	7	4	5	10	11	8	9	14	15	12	13
3	3	2	1	0	7	6	5	4	11	10	9	8	15	14	13	12
4	4	5	6	7	0	1	2	3	12	13	14	15	8	9	10	11
5	5	4	7	6	1	0	3	2	13	12	15	14	9	8	11	10
6	6	7	4	5	2	3	0	1	14	15	12	13	10	11	8	9
7	7	6	5	4	3	2	1	0	15	14	13	12	11	10	9	8
8	8	9	10	11	12	13	14	15	0	1	2	3	4	5	6	7
9	9	8	11	10	13	12	15	14	1	0	3	2	5	4	7	6
10	10	11	8	9	14	15	12	13	2	3	0	1	6	7	4	5
11	11	10	9	8	15	14	13	12	3	2	1	0	7	6	5	4
12	12	13	14	15	8	9	10	11	4	5	6	7	0	1	2	3
13	13	12	15	14	9	8	11	10	5	4	7	6	1	0	3	2
14	14	15	12	13	10	11	8	9	6	7	4	5	2	3	0	1
15	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

TABLE 10.1 *A Nim addition table. All the entries are nimbers.*

Wie man sofort erkennt, gilt

$a + a = 0$ für alle $a \in \mathbb{N}$.

Das bedeutet also, dass es in einer Semiotik, die statt auf „numbers“ auf „nimbers“ gegründet ist, keine genuinen Kategorien geben kann. Allerdings gilt

$m + n \neq n + m$,

so dass es konverse Subzeichen gibt.

Die Frage ist aber: Wie kann man aus nicht-vorhandenen genuinen Kategorien überhaupt so etwas wie die von Bense in Analogie zu den Peano-Zahlen eingeführten Prim-Zeichen geben (Bense 1981, S. 17 ff.)? Wir erkennen folgendes:

$1 + 0 = 1 = 2 + 3 = 4 + 5 = 6 + 7 = 8 + 9$ (usw. hauptdiagonal abwärts),

d.h. es gilt allgemein:

$n + (n + 1) = 1.$

Ausserdem haben wir:

$0 + 2 = 2 = 1 + 3 = 4 + 6 = 5 + 7$ (usw., analog oben),

d.h. es gilt allgemein:

$n + (n + 2) = 2.$

Allerdings gilt:

$0 + 3 = 3 = 1 + 2 = 4 + 7 = 5 + 6 = 8 + 11 = 9 + 10 = 12 + 15$,.

d.h. allgemein gilt

$n + (n + 1) = 3$, falls n ungerade;

$n + (n + 3) = 3$, falls n gerade.

3. Wie man also leicht erkennt, sind die rein mathematischen Verhältnisse so einfach wie nur möglich. Das bedeutet aber keineswegs, dass sie auch semiotisch so einfach sind. Kehren wir daher zu unserer Frage zurück, die wir wie folgt reformulieren: Woher nehmen wir die Erstheit (1), nachdem es keine genuine Kategorie (1.1) gibt? Wie gezeigt, ist 1 die Summe von z.B.

$0 + 1 = 1$

$2 + 3 = 1$,

während 2 und 3 die Summen sind von z.B.

$0 + 2 = 2$

$1 + 3 = 2$

$0 + 3 = 3$

$1 + 2 = 3.$

Wie man sieht, kommen wir also nicht ohne die 0 aus, d.h. wir sehen uns in jenen von Bense als „präsemiotischen“ Raum disponibler Kategorien bezichneten Bereich versetzt, der den ontologischen mit dem semiotischen Raum verbindet (Bense 1975, S. 65 f.). Aus dieser 0 entsteht die 1, so zwar, dass die 1 die 0 absorbiert oder, semiotisch gesprochen, „mitführt“. Von der 1 kommen wir mit dem Interpretanten zur 2 ($1 + 3 = 2$), aber diesmal handelt es sich nicht um Absorption, sondern um Vermittlung, denn die beiden Summanden sowie die Summe sind paarweise verschieden. Die 3 absorbiert dann seinerseits die 0, ergibt sich aber wiederum aus der Vermittlung von 1 und 2 ($1 + 2 = 3$), und hier kommen wir endlich zur „normalen“, d.h. nicht-surrealen Arithmetik von Benses Primzeichen zurück. Diese stellen also ein sekundäres, „spätes“ Ergebnis dar, dem die surreale Arithmetik vorausläuft.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Conway, J.H./Guy, K., The Book of Numbers. New York 1996

Toth, Alfred, Eine Darstellungsweise von Relationen über Relationen durch surreale Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

25.2.2011