Prof. Dr. Alfred Toth

Die Konstruktion dreidimensionaler Dualsysteme

1. Wenn wir ausgehen von der zweidimensionalen triadischen Zeichenrelation

2-ZR = (3.a 2.b 1.c),

dann gibt es grundsätzlich zwei Möglichkeiten, ZR zu einer dreidimensionalen Zeichenrelation zu erweitern. Wir führen zuerst die semiotische Dimensionszahl

sD = {1, 2, 3}

ein, die natürlich Werte für alle drei semiotischen Dimensionen annehmen kann. Da nun die zweidimensionale Zeichentriade als aus Dyaden zusammengesetzt gedacht wird (vgl. Walther 1979, S. 79), erhalten wir folgende zwei Möglichkeiten

3-ZR(1) = (a.3.b c.2.d e.1.f)
3-ZR(2) = (3.a.b 2.c.d 1.e.f),

d.h. die semiotische Dimensionszahl wird entweder links oder rechts von den die Triade konstituierenden Dyaden plaziert.

2. Bei 3-ZR(2) gibt es allerdings noch eine weitere Möglichkeit, da hier die x, y und z in

(x.a.b y.c.d z.e.f)

sowohl als Dimensionszahl als auch als Triade interpretiert werden können. Konstruiert man auf dieser Basis semiotische Dualsysteme, erhält man genau die in Toth (2009) präsentierten 114 Zeichenklassen und Realitätsthematiken, die ich der Vollständigkeit halber hier nochmals aufliste:

1 $(\underline{3}.1.1\ \underline{2}.1.1\ \underline{1}.1.1) \times (1.1.1\ \underline{1.1.2\ 1.1.3})$
2 $(\underline{3}.1.1\ \underline{2}.1.1\ \underline{1}.1.2) \times (2.1.1\ \underline{1.1.2\ 1.1.3})$
3 $(\underline{3}.1.1\ \underline{2}.1.1\ \underline{1}.1.3) \times (3.1.1\ \underline{1.1.2\ 1.1.3})$
4 $(\underline{3}.1.1\ \underline{2}.1.1\ \underline{1}.2.1) \times (1.2.1\ \underline{1.1.2\ 1.1.3})$
5 $(\underline{3}.1.1\ \underline{2}.1.1\ \underline{1}.2.2) \times (2.2.1\ \underline{1.1.2\ 1.1.3})$
6 $(\underline{3}.1.1\ \underline{2}.1.1\ \underline{1}.2.3) \times (3.2.1\ \underline{1.1.2\ 1.1.3})$
7 $(\underline{3}.1.1\ \underline{2}.1.1\ \underline{1}.3.1) \times (1.3.1\ \underline{1.1.2\ 1.1.3})$
8 $(\underline{3}.1.1\ \underline{2}.1.1\ \underline{1}.3.2) \times (2.3.1\ \underline{1.1.2\ 1.1.3})$
9 $(\underline{3}.1.1\ \underline{2}.1.1\ \underline{1}.3.3) \times (3.3.1\ \underline{1.1.2\ 1.1.3})$
10 $(\underline{3}.1.1\ \underline{2}.1.2\ \underline{1}.1.1) \times (\underline{1.1.1}\ 2.1.2\ \underline{1.1.3})$
11 $(\underline{3}.1.1\ \underline{2}.1.2\ \underline{1}.1.2) \times (\underline{2.1.1\ 2.1.2}\ 1.1.3)$
12 $(\underline{3}.1.1\ \underline{2}.1.2\ \underline{1}.1.3) \times (\underline{3.1.1}\ \underline{2.1.2}\ \underline{1.1.3})$

13 $(\underline{3}.1.1\ \underline{2}.1.2\ \underline{1}.2.1) \times (\underline{1.2.1}\ 2.1.2\ \underline{1.1.3})$
14 $(\underline{3}.1.1\ \underline{2}.1.2\ \underline{1}.2.2) \times (\underline{2.2.1\ 2.1.2}\ 1.1.3)$
15 $(\underline{3}.1.1\ \underline{2}.1.2\ \underline{1}.2.3) \times (3.2.1\ \underline{1.2.1\ 1.1.3})$
16 $(\underline{3}.1.1\ \underline{2}.1.2\ \underline{1}.3.1) \times (\underline{1.3.1}\ \underline{2.1.2}\ \underline{1.1.3})$
17 $(\underline{3}.1.1\ \underline{2}.1.2\ \underline{1}.3.2) \times (\underline{2.3.1\ 2.1.2}\ 1.1.3)$
18 $(\underline{3}.1.1\ \underline{2}.1.2\ \underline{1}.3.3) \times (\underline{3.3.1}\ \underline{2.1.2}\ \underline{1.1.3})$
19 $(\underline{3}.1.1\ \underline{2}.1.3\ \underline{1}.1.1) \times (\underline{1.1.1}\ 3.1.2\ \underline{1.1.3})$
20 $(\underline{3}.1.1\ \underline{2}.1.3\ \underline{1}.1.2) \times (\underline{2.1.1}\ \underline{3.1.2}\ \underline{1.1.3})$
21 $(\underline{3}.1.1\ \underline{2}.1.3\ \underline{1}.1.3) \times (\underline{3.1.1\ 3.1.2}\ 1.1.3)$
22 $(\underline{3}.1.1\ \underline{2}.1.3\ \underline{1}.2.1) \times (\underline{1.2.1}\ 3.1.2\ \underline{1.1.3})$
23 $(\underline{3}.1.1\ \underline{2}.1.3\ \underline{1}.2.2) \times (\underline{2.2.1}\ \underline{3.1.2}\ \underline{1.1.3})$
24 $(\underline{3}.1.1\ \underline{2}.1.3\ \underline{1}.2.3) \times (\underline{3.2.1\ 3.1.2}\ 1.1.3)$
25 $(\underline{3}.1.1\ \underline{2}.1.3\ \underline{1}.3.1) \times (\underline{1.3.1}\ 3.1.2\ \underline{1.1.3})$
26 $(\underline{3}.1.1\ \underline{2}.1.3\ \underline{1}.3.2) \times (\underline{2.3.1}\ \underline{3.1.2}\ \underline{1.1.3})$
27 $(\underline{3}.1.1\ \underline{2}.1.3\ \underline{1}.3.3) \times (\underline{3.3.1\ 3.1.2}\ 1.1.3)$
28 $(\underline{3}.1.1\ \underline{2}.2.2\ \underline{1}.2.1) \times (\underline{1.2.1}\ 2.2.2\ \underline{1.1.3})$
29 $(\underline{3}.1.1\ \underline{2}.2.2\ \underline{1}.2.2) \times (\underline{2.2.1\ 2.2.2}\ 1.1.3)$
30 $(\underline{3}.1.1\ \underline{2}.2.2\ \underline{1}.2.3) \times (\underline{3.2.1}\ \underline{2.2.2}\ \underline{1.1.3})$
31 $(\underline{3}.1.1\ \underline{2}.2.3\ \underline{1}.2.1) \times (\underline{1.2.1}\ 3.2.2\ \underline{1.1.3})$
32 $(\underline{3}.1.1\ \underline{2}.2.3\ \underline{1}.2.2) \times (\underline{2.2.1}\ \underline{3.2.2}\ \underline{1.1.3})$
33 $(\underline{3}.1.1\ \underline{2}.2.3\ \underline{1}.2.3) \times (\underline{3.2.1\ 3.2.2}\ 1.1.3)$
34 $(\underline{3}.1.1\ \underline{2}.3.3\ \underline{1}.3.1) \times (\underline{1.3.1}\ 3.3.2\ \underline{1.1.3})$
35 $(\underline{3}.1.1\ \underline{2}.3.3\ \underline{1}.3.2) \times (\underline{2.3.1}\ \underline{3.3.2}\ \underline{1.1.3})$
36 $(\underline{3}.1.1\ \underline{2}.3.3\ \underline{1}.3.3) \times (\underline{3.3.1\ 3.3.2}\ 1.1.3)$
37 $(\underline{3}.1.2\ \underline{2}.2.2\ \underline{1}.2.1) \times (1.2.1\ \underline{2.2.2\ 2.1.3})$
38 $(\underline{3}.1.2\ \underline{2}.2.2\ \underline{1}.2.2) \times (2.2.1\ \underline{2.2.2\ 2.1.3})$
39 $(\underline{3}.1.2\ \underline{2}.2.2\ \underline{1}.2.3) \times (3.2.1\ \underline{2.2.2\ 2.1.3})$
40 $(\underline{3}.1.2\ \underline{2}.2.2\ \underline{1}.3.1) \times (1.3.1\ \underline{2.2.2\ 2.1.3})$
41 $(\underline{3}.1.2\ \underline{2}.2.2\ \underline{1}.3.2) \times (\underline{2.3.1\ 2.2.2}\ 2.1.3)$
42 $(\underline{3}.1.2\ \underline{2}.2.2\ \underline{1}.3.3) \times (3.3.1\ \underline{2.2.2\ 2.1.3})$
43 $(\underline{3}.1.2\ \underline{2}.2.3\ \underline{1}.2.1) \times (\underline{1.2.1}\ \underline{3.2.2}\ \underline{2.1.3})$
44 $(\underline{3}.1.2\ \underline{2}.2.3\ \underline{1}.2.2) \times (\underline{2.2.1}\ 3.2.2\ \underline{2.1.3})$
45 $(\underline{3}.1.2\ \underline{2}.2.3\ \underline{1}.2.3) \times (\underline{3.2.1\ 3.2.2}\ 2.1.3)$
46 $(\underline{3}.1.2\ \underline{2}.2.3\ \underline{1}.3.1) \times (\underline{1.3.1}\ \underline{3.2.2}\ \underline{2.1.3})$
47 $(\underline{3}.1.2\ \underline{2}.2.3\ \underline{1}.3.2) \times (\underline{2.3.1}\ 3.2.2\ \underline{2.1.3})$
48 $(\underline{3}.1.2\ \underline{2}.2.3\ \underline{1}.3.3) \times (\underline{3.3.1\ 3.2.2}\ 2.1.3)$
49 $(\underline{3}.1.3\ \underline{2}.3.3\ \underline{1}.3.1) \times (1.3.1\ \underline{3.3.2\ 3.1.3})$
50 $(\underline{3}.1.3\ \underline{2}.3.3\ \underline{1}.3.2) \times (2.3.1\ \underline{3.3.2\ 3.1.3})$
51 $(\underline{3}.1.3\ \underline{2}.3.3\ \underline{1}.3.3) \times (3.3.1\ \underline{3.3.2\ 3.1.3})$
52 $(\underline{3}.2.1\ \underline{2}.2.1\ \underline{1}.2.1) \times (1.2.1\ \underline{1.2.2\ 1.2.3})$
53 $(\underline{3}.2.1\ \underline{2}.2.1\ \underline{1}.2.2) \times (2.2.1\ \underline{1.2.2\ 1.2.3})$
54 $(\underline{3}.2.1\ \underline{2}.2.1\ \underline{1}.2.3) \times (3.2.1\ \underline{1.2.2\ 1.2.3})$

55 (3.2.1 2.2.2 1.2.1) × (1.2.1 2.2.2 1.2.3)
56 (3.2.1 2.2.2 1.2.2) × (2.2.1 2.2.2 1.2.3)
57 (3.2.1 2.2.2 1.2.3) × (3.2.1 2.2.2 1.2.3)
58 (3.2.1 2.2.3 1.2.1) × (1.2.1 3.2.2 1.2.3)
59 (3.2.1 2.2.3 1.2.2) × (2.2.1 3.2.2 1.2.3)
60 (3.2.1 2.2.3 1.2.3) × (3.2.1 3.2.2 1.2.3)
61 (3.2.2 2.2.1 1.2.1) × (1.2.1 1.2.2 2.2.3)
62 (3.2.2 2.2.1 1.2.2) × (2.2.1 1.2.2 2.2.3)
63 (3.2.2 2.2.1 1.2.3) × (3.2.1 1.2.2 2.2.3)
64 (3.2.2 2.2.2 1.2.1) × (1.2.1 2.2.2 2.2.3)
65 (3.2.2 2.2.2 1.2.2) × (2.2.1 2.2.2 2.2.3)
66 (3.2.2 2.2.2 1.2.3) × (3.2.1 2.2.2 2.2.3)
67 (3.2.2 2.2.2 1.3.1) × (1.3.1 2.2.2 2.2.3)
68 (3.2.2 2.2.2 1.3.2) × (2.3.1 2.2.2 2.2.3)
69 (3.2.2 2.2.2 1.3.3) × (3.3.1 2.2.2 2.2.3)
70 (3.2.2 2.2.3 1.2.1) × (1.2.1 3.2.2 2.2.3)
71 (3.2.2 2.2.3 1.2.2) × (2.2.1 3.2.2 2.2.3)
72 (3.2.2 2.2.3 1.2.3) × (3.2.1 3.2.2 2.2.3)
73 (3.2.2 2.2.3 1.3.1) × (1.3.1 3.2.2 2.2.3)
74 (3.2.2 2.2.3 1.3.2) × (2.3.1 3.2.2 2.2.3)
75 (3.2.2 2.2.3 1.3.3) × (3.3.1 3.2.2 2.2.3)
76 (3.2.3 2.2.1 1.2.1) × (1.2.1 1.2.2 3.2.3)
77 (3.2.3 2.2.1 1.2.2) × (2.2.1 1.2.2 3.2.3)
78 (3.2.3 2.2.1 1.2.3) × (3.2.1 1.2.2 3.2.3)
79 (3.2.3 2.2.2 1.2.1) × (1.2.1 2.2.2 3.2.3)
80 (3.2.3 2.2.2 1.2.2) × (2.2.1 2.2.2 3.2.3)
81 (3.2.3 2.2.2 1.2.3) × (3.2.1 2.2.2 3.2.3)
82 (3.2.3 2.2.3 1.2.1) × (1.2.1 3.2.2 3.2.3)
83 (3.2.3 2.2.3 1.2.2) × (2.2.1 3.2.2 3.2.3)
84 (3.2.3 2.2.3 1.2.3) × (3.2.1 3.2.2 3.2.3)
85 (3.2.3 2.2.3 1.3.1) × (1.3.1 3.2.2 3.2.3)
86 (3.2.3 2.2.3 1.3.2) × (2.3.1 3.2.2 3.2.3)
87 (3.2.3 2.2.3 1.3.3) × (3.3.1 3.2.2 3.2.3)
88 (3.3.1 2.3.1 1.3.1) × (1.3.1 1.3.2 1.3.3)
89 (3.3.1 2.3.1 1.3.2) × (2.3.1 1.3.2 1.3.3)
90 (3.3.1 2.3.1 1.3.3) × (3.3.1 1.3.2 1.3.3)
91 (3.3.1 2.3.2 1.3.1) × (1.3.1 2.3.2 1.3.3)
92 (3.3.1 2.3.2 1.3.2) × (2.3.1 2.3.2 1.3.3)
93 (3.3.1 2.3.2 1.3.3) × (3.3.1 2.3.2 1.3.3)
94 (3.3.1 2.3.3 1.3.1) × (1.3.1 3.3.2 1.3.3)
95 (3.3.1 2.3.3 1.3.2) × (2.3.1 3.3.2 1.3.3)
96 (3.3.1 2.3.3 1.3.3) × (3.3.1 3.3.2 1.3.3)

97 (3.3.2 2.3.1 1.3.1) × (1.3.1 1.3.2 2.3.3)
98 (3.3.2 2.3.1 1.3.2) × (2.3.1 1.3.2 2.3.3)
99 (3.3.2 2.3.1 1.3.3) × (3.3.1 1.3.2 2.3.3)
100 (3.3.2 2.3.2 1.3.1) × (1.3.1 2.3.2 2.3.3)
101 (3.3.2 2.3.2 1.3.2) × (2.3.1 2.3.2 2.3.3)
102 (3.3.2 2.3.2 1.3.3) × (3.3.1 2.3.2 2.3.3)
103 (3.3.2 2.3.3 1.3.1) × (1.3.1 3.3.2 2.3.3)
104 (3.3.2 2.3.3 1.3.2) × (2.3.1 3.3.2 2.3.3)
105 (3.3.2 2.3.3 1.3.3) × (3.3.1 3.3.2 2.3.3)
106 (3.3.3 2.3.1 1.3.1) × (1.3.1 1.3.2 3.3.3)
107 (3.3.3 2.3.1 1.3.2) × (2.3.1 1.3.2 3.3.3)
108 (3.3.3 2.3.1 1.3.3) × (3.3.1 1.3.2 3.3.3)
109 (3.3.3 2.3.2 1.3.1) × (1.3.1 2.3.2 3.3.3)
110 (3.3.3 2.3.2 1.3.2) × (2.3.1 2.3.2 3.3.3)
111 (3.3.3 2.3.2 1.3.3) × (3.3.1 2.3.2 3.3.3)
112 (3.3.3 2.3.3 1.3.1) × (1.3.1 3.3.2 3.3.3)
113 (3.3.3 2.3.3 1.3.2) × (2.3.1 3.3.2 3.3.3)
114 (3.3.3 2.3.3 1.3.3) × (3.3.1 3.3.2 3.3.3)

3. Bei den zwei übrigen Fällen, also 3-ZR(1) und 3-ZR(2) ohne Identifikation von triadischem Wert mit semiotischer Dimensionszahl, kann also die jeweilige Dimensionszahl in

3-ZR(1) = (a.3.b c.2.d e.1.f) mit a, c, e ∈ {1, 2, 3} und
3-ZR(2) = (3.a.b 2.c.d 1.e.f) mit b, d, f ∈ {1, 2, 3}

alle drei semiotischen Werte annehmen. Da bei den in eckige Klammern gesetzten Dyaden in

3-ZR(1) = (a.[3.b] c.[2.d] e.[1.f]) und
3-ZR(2) = ([3.a].b [2.c].d [1.e].f)

die trichotomischen Werte (.b, .d, .f) bzw. (.a, .c, .e) der semiotischen inklusiven Ordnung

(b ≤ d ≤ f) bzw. (a ≤ c ≤ e)

genügen, können auf der Basis von 3-ZR(1) und 3-ZR(2) (ohne Identifikation der Dimensionszahl mit der Triade) je verschiedene Anzahlen von Dualsystemen konstruiert werden.

3.1. Dualsysteme über 3-ZR(1) = (a.[3.b] c.[2.d] e.[1.f])

Eine einfache kombinatorische Überlegung sagt uns, dass es bei Nichtidentifikation der Dimensionszahl mit dem triadischen Wert pro Dualsystem genau die folgenden 23 Möglichkeiten gibt:

$(\underline{1}.3.1\ \underline{1}.2.1\ \underline{1}.1.1)$
$(\underline{1}.3.1\ \underline{1}.2.1\ \underline{2}.1.1)$, $(\underline{2}.3.1\ \underline{1}.2.1\ \underline{1}.1.1)$, $(\underline{1}.3.1\ \underline{2}.2.1\ \underline{1}.1.1)$
$(\underline{1}.3.1\ \underline{1}.2.1\ \underline{3}.1.1)$, $(\underline{3}.3.1\ \underline{1}.2.1\ \underline{1}.1.1)$, $(\underline{1}.3.1\ \underline{3}.2.1\ \underline{1}.1.1)$
$(\underline{1}.3.1\ \underline{1}.2.1\ \underline{2}.1.1)$,
$(\underline{1}.3.1\ \underline{2}.2.1\ \underline{2}.1.1)$, $(\underline{2}.3.1\ \underline{2}.2.1\ \underline{1}.3.1)$, $(\underline{2}.3.1\ \underline{1}.2.1\ \underline{2}.1.1)$
$(\underline{2}.3.1\ \underline{2}.2.1\ \underline{2}.1.1)$
$(\underline{1}.3.1\ \underline{1}.2.1\ \underline{3}.1.1)$,
$(\underline{1}.3.1\ \underline{3}.2.1\ \underline{3}.1.1)$, $(\underline{3}.3.1\ \underline{3}.2.1\ \underline{1}.1.1)$, $(\underline{3}.3.1\ \underline{1}.2.1\ \underline{3}.1.1)$
$(\underline{3}.3.1\ \underline{3}.2.1\ \underline{3}.1.1)$
(3.3.1 2.2.1 1.1.1), (3.3.1 1.2.1 2.1.1), (2.3.1 3.2.1 1.1.1), (2.3.1 1.2.1 3.1.1), (1.3.1 3.2.1 1.1.1),
(1.3.1 1.2.1 2.1.1),

wobei die rechts aufgeführten Zeichenklassen Permutationen der ganz links stehenden sind.

Damit gibt es also bei 10 2-dimensionalen Dualsystemen total 230 3-dimensionale Dualsysteme.

3.2. Dualsysteme über 3-ZR(2) = ([3.a].b [2.c].d [1.e].f)

Da hier die Dimensionszahlen rechts von den Dyaden angefügt werden, müssen sie natürlich der semiotischen Inlusionsordnung ($b \leq d \leq f$) genügen, d.h. wir erhalten für jede der zehn 2-dimensionalen Dualsysteme 10, und zwar nach dem folgenden Muster

$(3.1.\underline{1}\ 2.1.\underline{1}\ 1.1.\underline{1})$
$(3.1.\underline{1}\ 2.1.\underline{1}\ 1.1.\underline{2})$
$(3.1.\underline{1}\ 2.1.\underline{1}\ 1.1.\underline{3})$
$(3.1.\underline{1}\ 2.1.\underline{2}\ 1.1.\underline{2})$
$(3.1.\underline{1}\ 2.1.\underline{2}\ 1.1.\underline{3})$
$(3.1.\underline{1}\ 2.1.\underline{3}\ 1.1.\underline{3})$
$(3.1.\underline{2}\ 2.1.\underline{2}\ 1.1.\underline{2})$
$(3.1.\underline{2}\ 2.1.\underline{2}\ 1.1.\underline{3})$
$(3.1.\underline{2}\ 2.1.\underline{3}\ 1.1.\underline{3})$
$(3.1.\underline{3}\ 2.1.\underline{3}\ 1.1.\underline{3})$,

so dass wir also insgesamt bei 10 2-dimensionalen Dualsystemen 100 3-dimensionale Dualsysteme bekommen.

Bibliographie

Toth, Alfred, Revidiertes dreidimensional-triadisches Dualsystem. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, www.mathematical-semiotics.com
Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979