Prof. Dr. Alfred Toth

Semiotische Homotopiegruppen

1. In Toth (2010) hatten wir semiotische Homologiegruppen dargestellt, indem wir die Menge der Primzeichen S = (M, O, I) als (trivialen) topologischen Raum und die semiotischen Gruppen $(S, \circ_1)$, $(S, \circ_2)$, $(S, \circ_3)$ als Kettenkomplex dargestellt hatten, deren Moduln durch Homomorphismen verbunden sind.

2. Wenn wir nun versuchen, auch semiotische Homotopiegruppen zu definieren, so können wir nicht von den drei semiotischen Gruppen ausgehen, da deren Verknüpfungen nur in einem Fall die 10 Peirceschen Zeichenklassen erzeugen, vgl.

$(S, \circ_1)$:	$(S, \circ_2)$:
σ_1 (3.1 2.1 1.1) $\rightarrow$ (3.2 1.2 2.2)	σ_2 (3.1 2.1 1.1) $\rightarrow$ (1.3 2.3 3.3)
σ_1 (3.1 2.1 1.2) $\rightarrow$ (3.2 1.2 2.1)	σ_2 (3.1 2.1 1.2) $\rightarrow$ (1.3 2.3 3.2)
σ_1 (3.1 2.1 1.3) $\rightarrow$ (3.2 1.2 2.3)	σ_2 (3.1 2.1 1.3) $\rightarrow$ (1.3 2.3 3.1)
σ_1 (3.1 2.2 1.2) $\rightarrow$ (3.2 1.1 2.1)	σ_2 (3.1 2.2 1.2) $\rightarrow$ (1.3 2.2 3.2)
σ_1 (3.1 2.2 1.3) $\rightarrow$ (3.2 1.1 2.3)	σ_2 (3.1 2.2 1.3) $\rightarrow$ (1.3 2.2 3.1)
σ_1 (3.1 2.3 1.3) $\rightarrow$ (3.2 1.3 2.3)	σ_2 (3.1 2.3 1.3) $\rightarrow$ (1.3 2.1 3.1)
σ_1 (3.2 2.2 1.2) $\rightarrow$ (3.1 1.1 2.1)	σ_2 (3.2 2.2 1.2) $\rightarrow$ (1.2 2.2 3.2)
σ_1 (3.2 2.2 1.3) $\rightarrow$ (3.1 1.1 2.3)	σ_2 (3.2 2.2 1.3) $\rightarrow$ (1.2 2.2 3.1)
σ_1 (3.2 2.3 1.3) $\rightarrow$ (3.1 1.3 2.3)	σ_2 (3.2 2.3 1.3) $\rightarrow$ (1.2 2.1 3.1)
σ_1 (3.3 2.3 1.3) $\rightarrow$ (3.3 1.3 2.3)	σ_2 (3.3 2.3 1.3) $\rightarrow$ (1.1 2.1 3.1)

$(S, \circ_3)$:

σ_3 (3.1 2.1 1.1) $\rightarrow$ (2.1 3.1 1.1)

σ_3 (3.1 2.1 1.2) $\rightarrow$ (2.1 3.1 1.3)

σ_3 (3.1 2.1 1.3) $\rightarrow$ (2.1 3.1 1.2)

σ_3 (3.1 2.2 1.2) $\rightarrow$ (2.1 3.3 1.3)

σ_3 (3.1 2.2 1.3) $\rightarrow$ (2.1 3.3 1.2)

σ_3 (3.1 2.3 1.3) $\rightarrow$ (2.1 3.2 1.2)

σ_3 (3.2 2.2 1.2) $\rightarrow$ (2.3 3.3 1.3)

σ_3 (3.2 2.2 1.3) $\rightarrow$ (2.3 3.3 1.2)

σ_3 (3.2 2.3 1.3) $\rightarrow$ (2.3 3.2 1.2)

σ_3 (3.3 2.3 1.3) $\rightarrow$ (2.2 3.2 1.2)

3. Nur $(S, \circ_2)$ erzeugt also wiederum genau die 10 Peirceschen Zeichenklassen, allerdings in der von der Grundform

ZK1 = $(3 \rightarrow 2 \rightarrow 1)$

abweichenden Form

ZK2 = $(1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)$.

Wenn wir numn ZK1 und ZK2, so slellen wir fest, dass diese 2 von 6 möglichen Permutationen kontinuierlich ineinander verformt werden können:

ZK1 = $(3 \rightarrow 2 \rightarrow 1)$

$[\underline{1}, 2, \underline{3}] \rightarrow [\underline{3}, 2, \underline{1}]$

ZK2 = $(1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)$

Wie man leicht zeigt, gilt nun dasselbe für alle übrigen Permutationen, d.h. für

$\wp$(S) = ((1, 2, 3), (1, 3, 2), (2, 1, 3), (2, 3, 1), (3, 1, 2), (3, 2, 1)).

Als Homöomorphismen ∂_n fungieren genau die gruppentheoretischen Operatoren $\circ_1$, $\circ_2$, $\circ_3$, d.h. 1 → 2 /2 → 1, 2 → 3/3 → 2 und 1 → 3/3 → 1, weshalb die Homotopieklassen π_n(X) eben eine Gruppe bilden.

Bibliographie

Toth, Alfred, Semiotische Homologiegruppen. In:Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

13.12.2010