Prof. Dr. Alfred Toth

Zeichen und Grundrechenarten

1. Nach Beckamnn (1976) können Zeichen nur im Rahmen der verbandstheoretischen, d.h. booleschen Vereinigung und Durchschnittsbildung addiert und subtrahiert werden, z.B.

(3.1 2.1 1.3) + (3.1 2.2 1.3) = (3.1 2.2 1.3),
(3.1 2.1 1.3) – (3.1 2.1 1.1) = (3.1 2.1 1.1)

d.h. es gilt

+(3.a 2.b 1.c) + (3.d 2.e 1.f) = (3.max(a, d), 2.max(b, e), 1.(c, f))
-(3.a 2.b 1.c) + (3.d 2.e 1.f) = (3.min(a, d), 2.min(b, e), 1.(c, f))

2. In einer Reihe von Arbeiten, zuletzt in Toth (2009), wurde nachgewiesen, das die Semiotik, mathematisch gesehen, nichts anderes als komplexe Arithmetik ist und das Zeichen also eine Relation dreier komplexer Zahlendyaden, deren triadische Werte reell und deren trichotomische Werte imaginär sind. Wenn dies aber korrekt ist, dann müssen sich auch die Grundrechenarten komplexer Zahlen auf die Zeichen anwenden lassen:

2.1. Komplexe Addition

ZR1 + ZR2 = (x1 + iy1) + (x2 + iy2)

Sei ZR1 = (3.1i 2.1i 1.3i), ZR 2 = (3.3i 2.3i 1.3i). Dann ist

ZR1 + ZR2 = ((6 + 4i), (4 + 4i), (2 + 6i)).

2.2. Komplexe Subtraktion

ZR1 – ZR2 = ZR1 + (-ZR2). Dann ist

ZR1 – ZR2 = ((0 + -2i), (0 + -2i), (0 + 0i)).

2.3. Komplexe Multiplikation

$ZR1 \cdot ZR2 = (x1 + iy1) \cdot (x2 + iy2) = (x1 \cdot x2 - y1 \cdot y2) + i(x1 \cdot y2 + x2 \cdot y1)$.

Dann ist

$ZR1 \cdot ZR2 = (9 - 3) + i(9 + 3) = 6 + 6i$.

2.4. Komplexe Division

$1/ZR1 = (x - iy) / (x^2 + y^2) = (3 - 1i) / (9 + 1) = (3 - 1i)/10$
$1/ZR2 = (3 - 3i) / (9 + 9) = (3 - 3i) / 18$

Mit anderen Worten: Wie man aus den komplexen Grundrechenarten sieht, benötigt eine komplexe triadische Semiotik bereits Werte aus den hexadischen Relationen. Welche der beiden Rechnungen ist also richig?

Die reelle, verbandstheoretische Addition

(3.1 2.1 1.3) + (3.3 2.3 1.3) = (3.3 2.3 1.3)

oder die komplexe, arithmetische Addition

(3.1i 2.1i 1.3i) + (3.3i 2.3i 1.3i) = ((6 + 4i), (4 + 4i), (2 + 6i))?

Auch Beckmann (1976) hat nie begründet, warum bei der Addition von Zeichen keine höheren relationalen Gebilde entstehen können als eben triadische. Der Grund liegt also wohl in der falschen Behauptung von Peirce, alle n-Relationen mit $n \geq 4$ seien als triadische darstellbar. Wie ich in früheren Arbeiten nachgewiesen habe, können erstens solche höheren Relationen deshalb nicht verlustlos auf triadische reduziert werden, weil semiotische Struktur verloren geht (vgl. z.B. Toth 2008, S. 214 ff.). Ferner sollte eigentlich der Satz von Schröder bekannt sein, d.h. man sollte wissen, dass Triaden auf Dyaden reduziert werden können (nichts anderes tut Walther 1979, S. 79), wenn sie Zeichenklassen aus Dyaden konkateniert). Es gibt also formal nichts dagegen einzuwenden, dass die semiotische Addition zweier Triaden eine Hexade sein soll. Etwas schwieriger ist es mit der inhaltlichen Interpretation. 1 Apfel + 1 Apfel = 2 Äpfel, aber was ich 1 Liebe + 1 Liebe? 2 Liebschaften? Hier geht es also um qualitative Addition, von der Kronthaler (1986) gezeigt hat, dass sie möglich ist, und zwar als echte Addition, d.h. um die Anwendung von Nachfolgeroperatoren und nicht um verschleierte Absorptionen wie in der Verbandstheorie. Wenn ich 1 Ring + 1 Ring als Objekte addiere, bekomme ich zweifellos 2 Ringe. Gleichzeitig sind sie aber Zeichen. Man trägt ja Ringe nicht, wie man z.B. Gürtel oder Schuhe trägt. Wenn ich annehme, dass ein Ring mein Ehering und der andere Ring ein Andenken meines verstorbenen Grossvaters ist, dann habe ich auf jeden Fall auf zwei verschiedene Zeichen. Die Addition von Qualitäten setzt daher voraus, dass das, was addiert wird, qualitativ verschieden ist, vgl. den Unterschied zwischen quantitativer und qualitativer Addition im Ungarischen:

1. Két cigarettát dohányzom.
2. Két cigarettákat dohányzom.

1. bedeutet, dass ich 2 Zigaretten derselben Marke rauche, 2. dass die Zigaretten von verschiedenen Marken sind. D.h. bei der quantitativen Addition (2.) drückt die ungarische Sprache den Plural nicht aus, nur bei der qualitativen Addition. (Das gilt bei allen Numeralia, d.h. es wird Redundanz vermieden.)

Die Frage, die sich stellt, ist also: Gibt es überhaupt quantitative Addition bei Zeichen? Wie man sieht, bedeutet das, dass es gleiche Zeichen gibt. Daraus, dass kein Zeichen nach einem Axiom von Peirce aber allein auftreten kann, folgt, dass niemals ein Zeichen in denselben Kontext eingebettet ist wie ein anderes Zeichen. Da der Kontext des Zeichens aber drittheitlich im Zeichen gegeben ist (Interpretantenbezug), folgt, dass es keine gleichen Zeichen gibt. Ein kurzer Satz könnte also lauten:

Satz: Es gibt keine gleichen Zeichen.

Zeichen sind somit immer verschieden. Werden sie also addiert, müssen sie qualitativ addiert werden, d.h. die verbandstheoretische Absorption alles dessen, was über das Maximum bzw. Minumum eines der Summandenglieder hinausgeht, entfällt damit automatisch. Somit eröffnet aber die Addition von Zeichen automatisch den Ausblick in höhere relationale Dimensionen, wie umgekehrt die Subtraktion in negative relationale Dimensionen führt, die erst noch der eingehenden Untersuchung harren.

Bibliographie

Beckmann, Peter, Verbandtheoretische Darstellung der Subzeichen und. Zeichenklassen. In: Semiosis 2, *1976*, S. 31-36

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986
Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. 2. Aufl. Klagenfurt 2008
Toth, Alfred, Komplexe semiotische Analyse. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics (erscheint, 2009)
Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

30.12.2009