

**Prof. Dr. Alfred Toth**

## **Semiotische Bigraphen**

1. Bigraphen wurden erst vor wenigen Jahren von Robin Milner in die Graphentheorie eingeführt in der Erkenntnis, “that a notion of discrete space is shared by existing informatic science on the one hand and imminent pervasive systems on the other. This space involves two equally important elements: locality and connectivity” (Milner 2008, S. vi). Formal ist ein Bigraph ein bipartiter Graph, bestehend aus einem Wald und einem Hypergraphen; im Unterschied zu einem gewöhnlichen bipartiten Graphen handelt es sich bei einem Bigraphen jedoch um “two independent structures upon a given set of nodes” (Milner 2008, S. 3). Der “place graph” und der “link graph” können dabei an “ports” genannten Knoten miteinander verbunden werden (2008, S. 6).

Nun ist die topologische Unterscheidung von Lokalität und Konnektivität für die Semiotik auch deshalb von besonderem Interesse, als ich vor kurzem neben den bereits von Bense (1981, S. 124 ff.) eingeführten statischen semiotischen Morphismen die prozessualen oder dynamischen semiotischen Morphismen eingeführt habe (Toth 2008a). Danach lässt sich jedes Zeichengebilde auf die folgenden zwei Arten kategoriethoretisch darstellen:

$$(3.1\ 2.1\ 1.3) \equiv [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ, \beta\alpha]$$

$$(3.1\ 2.1\ 1.3) \equiv ((3.1\ 2.1)\ (2.1\ 1.3)) \equiv [[\beta^\circ, id1], [\alpha^\circ, \beta\alpha]]$$

Die zweite Analyse­methode basiert also auf dem zentralen kategoriethoretischen Konzept der Komposition von Morphismen und parallelisiert damit den von Walther entdeckten verbandstheoretischen Durchschnitt zur Bildung triadischer Relationen aus dyadischen (Walther 1979, S. 79); dazu müssen aber die prozessualen Übergänge zwischen den als Objekten aufgefassten Subzeichen mittels Morphismen dargestellt werden. Es ist also sinnlos, ein Gebilde wie  $((3.1\ 2.1)\ (2.1\ 1.3))$  als  $[[\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ], [\alpha^\circ, \beta\alpha]]$  darzustellen, denn dieses wäre bloss wieder identisch mit  $[\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ, \beta\alpha]$ , also der rein statischen Analyse.

Nun ist es aber so, dass beide, die statische wie die prozessuale kategoriethoretische Analyse, ihre Berechtigung haben. Insofern die erste die als Objekte aufgefassten Subzeichen darstellt, referiert sie auf die Lokalität eines Zeichengebildes. Insofern als die zweite Analyse­methode die als Morphismen aufgefassten Semiosen darstellt, referiert sie auf die Konnektivität eines Zeichengebildes. Daraus folgt also, dass Bigraphen ein zur Darstellung der Interaktion von statischen und dynamischen kategoriethoretischen Morphismen geeignetes semiotisches topologisches Modell sind. Wir werden im folgenden sehen, dass sich mittels dieses Modells überraschende Ergebnisse bezüglich der “port”-Knoten und dem völlig verschiedenen Verhalten der Zeichenklassen und ihrer Transpositionen ergeben.

2. Zunächst werden die Zeichenklassen bigraphisch analysiert:

	Lokalität	Konnektivität	Port-Knoten
3.1 2.1 1.1	$[\alpha^\circ\beta^\circ, \underline{\alpha^\circ}, \underline{id1}]$	$[\beta^\circ, \underline{id1}], [\underline{\alpha^\circ}, \underline{id1}]$	$[\alpha^\circ, id1]$
3.1 2.1 1.2	$[\alpha^\circ\beta^\circ, \underline{\alpha^\circ}, \underline{\alpha}]$	$[\beta^\circ, id1], [\underline{\alpha^\circ}, \underline{\alpha}]$	$[\alpha^\circ, \alpha]$
3.1 2.1 1.3	$[\alpha^\circ\beta^\circ, \underline{\alpha^\circ}, \underline{\beta\alpha}]$	$[\beta^\circ, id1], [\underline{\alpha^\circ}, \underline{\beta\alpha}]$	$[\alpha^\circ, \beta\alpha]$
3.1 2.2 1.2	$[\alpha^\circ\beta^\circ, \underline{id2}, \underline{\alpha}]$	$[\beta^\circ, \underline{\alpha}], [\alpha^\circ, \underline{id2}]$	$[id2, \alpha]$
3.1 2.2 1.3	$[\alpha^\circ\beta^\circ, id2, \beta\alpha]$	$[\beta^\circ, \alpha], [\alpha^\circ, \beta]$	$\emptyset$
3.1 2.3 1.3	$[\alpha^\circ\beta^\circ, \beta, \underline{\beta\alpha}]$	$[\beta^\circ, \underline{\beta\alpha}], [\alpha^\circ, id3]$	$[\beta\alpha]$
3.2 2.2 1.2	$[\underline{\beta^\circ}, \underline{id2}, \alpha]$	$[\underline{\beta^\circ}, \underline{id2}], [\alpha^\circ, \underline{id2}]$	$[\beta^\circ, id2]$
3.2 2.2 1.3	$[\underline{\beta^\circ}, \underline{id2}, \beta\alpha]$	$[\underline{\beta^\circ}, \underline{id2}], [\alpha^\circ, \beta]$	$[\beta^\circ, id2]$
3.2 2.3 1.3	$[\underline{\beta^\circ}, \underline{\beta}, \beta\alpha]$	$[\underline{\beta^\circ}, \underline{\beta}], [\alpha^\circ, id3]$	$[\beta^\circ, \beta]$
3.3 2.3 1.3	$[\underline{id3}, \beta, \beta\alpha]$	$[\beta^\circ, \underline{id3}], [\alpha^\circ, \underline{id3}]$	$[id3]$
3.3 2.2 1.1	$[id3, id2, id1]$	$[\beta^\circ, \beta^\circ], [\alpha^\circ, \alpha^\circ]$	$\emptyset$

Man erkennt also, dass es Zeichenklassen gibt, die nur mit der linken, nur mit der rechten oder mit beiden Seiten des semiotischen Hypergraphen konnektiv verknüpft sind. Es gibt Wälder, deren Knoten mit zwei Knoten ihres Hypergraphen verknüpft sind. Die eigenreale Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3) und die Genuine Kategorienklasse (3.3 2.2 1.1) weisen als einzige keine Port-Knoten auf, und es gibt daher keine graphentheoretische Vernüpfung zwischen ihrem Wald und ihrem Hypergraphen.

3. Nun analysieren wir die inversen Transpositionen dieser Zeichenklassen (vgl. Toth 2008b), die den heteromorphismischen Kompositionen in Diamanten-Strukturen entsprechen (vgl. Kaehr 2007):

	Lokalität	Konnektivität	Port-Knoten
1.1 2.1 3.1	$[\underline{id1}, \alpha^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ]$	$[\alpha, \underline{id1}], [\beta, \underline{id1}]$	$[id1, \alpha]$
1.2 2.1 3.1	$[\underline{\alpha}, \underline{\alpha^\circ}, \alpha^\circ\beta^\circ]$	$[\underline{\alpha}, \underline{\alpha^\circ}], [\beta, id1]$	$[\alpha^\circ, \alpha]$
1.3 2.1 3.1	$[\beta\alpha, \alpha^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ]$	$[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, id1]$	$[\alpha^\circ\beta^\circ]$
1.2 2.2 3.1	$[\underline{\alpha}, \underline{id2}, \alpha^\circ\beta^\circ]$	$[\underline{\alpha}, \underline{id2}], [\beta, \alpha^\circ]$	$[\alpha^\circ, id2]$
1.3 2.2 3.1	$[\beta\alpha, id2, \alpha^\circ\beta^\circ]$	$[\alpha, \beta^\circ], [\beta, \alpha^\circ]$	$\emptyset$
1.3 2.3 3.1	$[\beta\alpha, \underline{\beta}, \alpha^\circ\beta^\circ]$	$[\alpha, id3], [\underline{\beta}, \alpha^\circ\beta^\circ]$	$[\alpha^\circ\beta^\circ]$
1.2 2.2 3.2	$[\underline{\alpha}, \underline{id2}, \beta^\circ]$	$[\underline{\alpha}, \underline{id2}], [\beta, id2]$	$[id2, \beta]$
1.3 2.2 3.2	$[\beta\alpha, \underline{id2}, \underline{\beta^\circ}]$	$[\alpha, \underline{\beta^\circ}], [\beta, \underline{id2}]$	$[id2, \beta]$
1.3 2.3 3.2	$[\beta\alpha, \underline{\beta}, \underline{\beta^\circ}]$	$[\alpha, id3], [\underline{\beta}, \underline{\beta^\circ}]$	$[\beta^\circ, \beta]$
1.3 2.3 3.3	$[\beta\alpha, \underline{\beta}, \underline{id3}]$	$[\alpha, \underline{id3}], [\underline{\beta}, \underline{id3}]$	$[id3]$
1.1 2.2 3.3	$[id1, id2, id3]$	$[\alpha, \alpha], [\beta, \beta]$	$\emptyset$

4. Wenn wir nun die Port-Knoten der Zeichenklassen und ihrer inversen Transpositionen einander gegenüberstellen, so erkennen wir vollständige Übereinstimmung zwischen den Port-Knoten der Dualisationen und der Inversionen, d.h. die semiotische Konnektivität der Realitätsthematiken ist mit derjenigen der invers transponierten Zeichenklassen identisch. Darüber hinaus ist die Konnektivität zwischen Zeichenklassen und Realitätsthematiken dual-invers ( $\times$ ):

Port-Knoten (Zkl)		Port-Knoten (Rth)		Port-Knoten (Transpos.)
$[\alpha^\circ, \text{id1}]$	$\times$	$[\text{id1}, \alpha]$	$\equiv$	$[\text{id1}, \alpha]$
$[\alpha^\circ, \alpha]$	$\times$	$[\alpha^\circ, \alpha]$	$\equiv$	$[\alpha^\circ, \alpha]$
$[\alpha^\circ, \beta\alpha]$	$\times$	$[\alpha^\circ\beta^\circ]$	$\equiv$	$[\alpha^\circ\beta^\circ]$
$[\text{id2}, \alpha]$	$\times$	$[\alpha^\circ, \text{id2}]$	$\equiv$	$[\alpha^\circ, \text{id2}]$
$\emptyset$		$\emptyset$		$\emptyset$
$[\beta\alpha]$	$\times$	$[\alpha^\circ\beta^\circ]$	$\equiv$	$[\alpha^\circ\beta^\circ]$
$[\beta^\circ, \text{id2}]$	$\times$	$[\text{id2}, \beta]$	$\equiv$	$[\text{id2}, \beta]$
$[\beta^\circ, \text{id2}]$	$\times$	$[\text{id2}, \beta]$	$\equiv$	$[\text{id2}, \beta]$
$[\beta^\circ, \beta]$	$\times$	$[\beta^\circ, \beta]$	$\equiv$	$[\beta^\circ, \beta]$
$[\text{id3}]$	$\times$	$[\text{id3}]$	$\equiv$	$[\text{id3}]$
$\emptyset$		$\emptyset$		$\emptyset$

5. Dieses Ergebnis ist völlig überraschend, denn die prozessual-kategoriethoretische Struktur einer Zeichenklasse, ihrer Realitätsthematik und der beiden inversen Transpositionen ist etwa im Falle von (3.1 2.1 1.3):

Zkl:	(3.1 2.1 1.3) $\equiv$ $[[\beta^\circ, \text{id1}], [\alpha^\circ, \beta\alpha]]$
Rth(Zkl):	(3.1 1.2 1.3) $\equiv$ $[[\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha], [\text{id1}, \beta]]$
Tr:	(1.3 2.1 3.1) $\equiv$ $[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \text{id1}]]$
Rth(Tr):	(1.3 1.2 3.1) $\equiv$ $[[\text{id1}, \beta^\circ], [\beta\alpha, \alpha^\circ]]$ ,

d.h. keine dieser vier kategoriethoretischen Strukturen stimmen untereinander überein; in Sonderheit sind die Strukturen der Transposition  $[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \text{id1}]]$  und der Realitätsthematik  $[[\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha], [\text{id1}, \beta]]$  weder identisch noch dual zueinander, sondern chiasmisch und damit nicht mehr mit Hilfe der klassischen Logik erklärbar (vgl. Toth 2008c).

Schauen wir uns deshalb die bigraphische Struktur von Rth(Tr) an. Im Falle der Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3) erhalten wir:

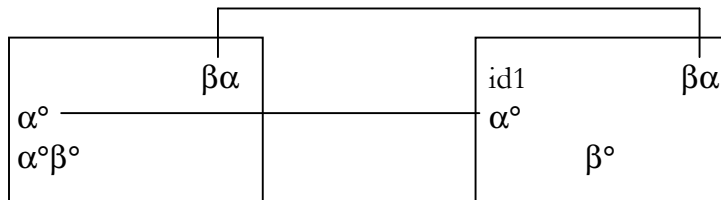
	Lokalität	Konnektivität	Port-Knoten
1.3 2.1 3.1	$[\beta\alpha, \alpha^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ]$	$[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \text{id1}]$	$[\alpha^\circ\beta^\circ]$

Wenn wir auch die übrigen 10  $Rth(Tr)$  bestimmen, kommen wir zum Ergebnis, dass auch die Konnektivität der dualisierten inversen Transpositionen mit derjenigen der Realitätsthematiken und der inversen Transpositionen der Zeichenklassen übereinstimmen. Dies führt uns zum folgenden Satz:

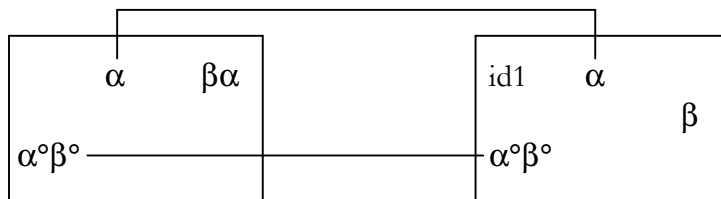
**Theorem der semiotischen Konnektivität:** Die bigraphische Konnektivität von dualisierten und invertierten (transponierten) semiotischen Strukturen ist identisch.

6. Abschliessend möchte ich noch eine graphische Darstellung semiotischer Bigraphen vorschlagen. Da auch semiotische Matrizen natürlich als topologische Räume (im semiotischen Falle sogar als Vektorräume, vgl. Toth 2007, S. 48 ff.) aufgefasst werden können, kann man semiotische Bigraphen mit Hilfe folgender kategoriethoretischer Matrizen darstellen, wobei die sie "einfassenden" Rechtecke den graphentheoretischen "Regionen" und die Verbindungslinien den "controls" zwischen den "ports" entsprechen (Milner 2008, S. 5, 6):

**Semiotischer Bigraph für (3.1 2.1 1.3)**



**Semiotischer Bigraph für (3.1 1.2 1.3)**



**Semiotischer Bigraph für (1.3 2.1 3.1)**



**Semiotischer Bigraph für (1.3 1.2 3.1)**



Wir schliessen mit der Vermutung, dass weitere Konzepte der Theorie der Bigraphen auf die Semiotik angewandt werden können und dass die Semiotik daher, wie nicht anders zu erwarten, bei einer Neukonzeption der Informatik gemäss dem Motto: “Computing is transforming our environment” (Milner 2008, S. v) sogar eine führende Rolle spielen wird, denn unsere Umwelt ist ja eine im wesentlichen semiotische.

## Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Kaehr, Rudolf, Towards Diamonds. Glasgow 2007.

[http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Towards\\_Diamonds.pdf](http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Towards_Diamonds.pdf)

Milner, Robin, Bigraphs: A Space for Interaction. Cambridge, UK 2008.

<http://www.cl.cam.ac.uk/~rm135/bigraphs-tutorial.pdf>

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Statische und dynamische semiotische Morphismen. 2008a (= Kap. 21)

Toth, Alfred, Eigenrealität und Symmetrie. 2008b (= Kap. 27)

Toth, Alfred, Strukturen semiotischer Chiasmen. 2008c (= Kap. 25)

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

©2008, Prof. Dr. Alfred Toth