Prof. Dr. Alfred Toth

Bense-Zahlen

1. Bekanntlich hatte Peirce seine Semiotik auf drei fundamentalen Kategorien begründet, die auf deutsch Mittelbezug (M), Objektbezug (O) und Interpretantenbezug (I) genannt werden. Wie Max Bense gezeigt hatte, gilt eine, in der Semiotik "Inklusion" genannte, Ordnung für die drei Kategorien

$Z = R((M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I))))$

(vgl. Bense 1979, S. 53 u. 67), woraus direkt folgt

$Z = R((M \subset ((M \subset O) \vee (M \subset O \subset I))))$.

Da man bekanntlich definiert

$O := (M \rightarrow O)$

$I : = (M \rightarrow O \rightarrow I)$,

folgt somit auch

$M \subset O \subset I$.

2. Nun hatte Bense (1981, S. 17 ff.) sogenannte "Zeichenzahlen" (1981, S. 17) für die drei Kategorien eingeführt

$M = 1$

$O = 2$

$I = 3$,

wobei 1 als Kardinzahlzahl, 2 als Ordinalzahl und 3 als neue Art von Zahl, "Relationalzahl" genannt (vgl. Bense 1981, S. 25 f.), bestimmt werden.

3. Allein dadurch, daß die Menge der Zeichenzahlen, die wir als Bense-Zahlen bezeichnen und durch die Menge

$B = (1, 2, 3)$

angeben wollen, aus drei verschiedenen Zahlenarten zusammengesetzt ist, folgt, daß die Grundrechenarten der quantitativen Arithmetik für B ungültig sind, d.h. wir haben z.B. die folgenden Ungleichungen

$1 + 2 \neq 3$

$3 - 2 \neq 1.$

Ferner sind die Multiplikation und ihre konverse Operation, die Division, für B überhaupt nicht definiert.

Da Subzeichen bereits seit Bense (1975, S. 37) als kartesische Produkte von Bense-Zahlen definiert werden, gilt wegen

$(S = <x.y>) \neq (\times S = <y.x>)$ (mit $x, y \subset B$)

die Kommutativität der Addition (sowie der Subtraktion) ebenfalls nicht, d.h., unabhängig von den beiden obigen Ungleichungen gilt somit

$1 + 2 \neq 2 + 1$

$3 - 2 \neq 2 - 3$

(die letztere Ungleichung gilt natürlich auch für quantitative Zahlen).

4. Da die Bense-Zahlen 1, 2, 3 Kategorien bezeichnen, sind sie qualitative Zahlen, d.h. sie sind sind paarweise qualitativ verschieden. Wegen

$(M \subset O \subset I) = (1 \subset 2 \subset 3)$

muß jedoch gelten

$(1 + 2) \subset 3,$

aber

$(1 + 3) \not\subset 2.$

Ferner gilt

$(3 - 2) = (1 \subset 3)$

$(3 – 1) = (2 \subset 3)$

$(2 – 1) = (2 \subset 3)$

was man durch Transitivität sofort beweist. Generell sind im Gegensatz zur qualitativen Addition sämtliche qualitativen Subtraktionen möglich, solange eine quantitativ geringere Kategorie von einer quantitativ höheren Kategorie abgezogen wird.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

4.3.2016